Preços de energia na presença de não convexidades

Juan Pablo Luna, Claudia Sagastizábal
Paulo J. S. Silva (apresentador)

Outubro, 2019

Outline

1. Modelos no setor elétrico
2. Preços: o caso clássico
3. Preços: o caso não-convexo
4. Modelos de preço: período único, uma barra
5. Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

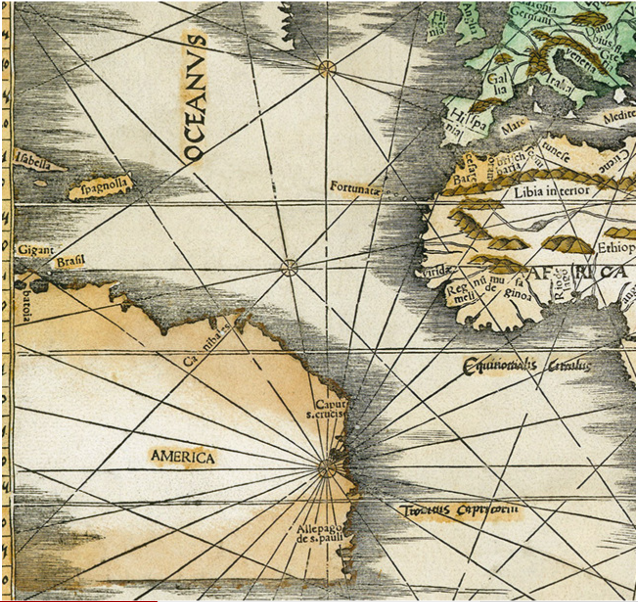
Outline

1. Modelos no setor elétrico
2. Preços: o caso clássico
3. Preços: o caso não-convexo
4. Modelos de preço: período único, uma barra
5. Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

Modelos são como mapas

≈ 1505 Fonte: loc.gv,

Modelos são como mapas: imperfeitos, mas úteis!



Quem emprega os modelos do setor elétrico?

Operação: ONS, coordena e controla a operação de geração e transmissão de energia elétrica, sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica.

Regulação: ANEEL, proporciona condições favoráveis para que o mercado de energia elétrica se desenvolva com equilíbrio entre os agentes e em benefício da sociedade, atendendo a critérios de qualidade e sustentabilidade.

Comercialização: CCEE, que viabiliza as atividades de compra e venda de energia em todo o país.

Agentes de produção: empresas de geração e distribuição.

Quem emprega os modelos do setor elétrico?

Operação: ONS, coordena e controla a operação de geração e transmissão de energia elétrica, sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica.

Regulação: ANEEL, proporciona condições favoráveis para que o mercado de energia elétrica se desenvolva com equilíbrio entre os agentes e em benefício da sociedade, atendendo a critérios de qualidade e sustentabilidade.

Comercialização: CCEE, que viabiliza as atividades de compra e venda de energia em todo o país.

Agentes de produção: empresas de geração e distribuição.

Distorções precisam ser resolvidas, determinando

- extensão
- custo

Quem emprega os modelos do setor elétrico?

Operação: ONS, coordena e controla a operação de geração e transmissão de energia elétrica, sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica.

Regulação: ANEEL, proporciona condições favoráveis para que o mercado de energia elétrica se desenvolva com equilíbrio entre os agentes e em benefício da sociedade, atendendo a critérios de qualidade e sustentabilidade.

Comercialização: CCEE, que viabiliza as atividades de compra e venda de energia em todo o país.

Agentes de produção: empresas de geração e distribuição.

Distorções precisam ser resolvidas, determinando

- extensão
- custo

baseado nos **modelos** usados no setor: Newave-Decomp-Dessem.

Formulação DESSEM

Dessem com UCT: Formulação matemática

Eletrobras Cepel

min $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NUT} c_i(gt_i^t) + s_i^t + \alpha^T(v^T)$

s.a.

Demanda

$$\sum_{j\in\Theta_i} gt_j^t + \sum_{j\in\Psi_i} gh_j^t + \sum_{j\in\Omega_i}\left(Int_{j\to i}^t - Int_{i\to j}^t\right) = D_i^t \qquad i=1,\dots,NS,\ t=1,\dots,T$$

$$Int_{i\to j}^t \le \overline{Int}_{i\to j} \qquad i,j=1,\dots,NS,\ t=1,\dots,T$$

E

Conservação da água

$$V_i^t = V_i^{t-1} + I_i^t - (Q_i^t + S_i^t) + \sum_{j\in M_i}(Q_j^t + S_j^t)$$

FPHA

$$gh_i^t = FPH(V_i^t, Q_i^t, S_i^t)$$

Restrições operativas

$$\underline{V}_i^t \le V_i^t \le \overline{V}_i^t,\quad \underline{Q}_i^t \le Q_i^t \le \overline{Q}_i^t,\quad \underline{gh}_i^t \le gh_i^t \le \overline{gh}_i^t,$$

$i=1,\dots,NH,\ t=1,\dots,T$

H

Restrições Térmicas:

Unit Commitment

$$\underline{gt}_i \cdot u_i^t \le gt_i^t \le \overline{gt}_i \cdot u_i^t \qquad \left|gt_i^t - gt_i^{t+1}\right| \le R$$

$$\sum_{k=t}^{t+Ton_i-1} u_i^k \ge Ton_i \cdot (u_i^t - u_i^{t-1}) \qquad Cs_i\left(u_i^{t-1} - u_i^t\right) \le S_i^t$$

$$\sum_{k=t}^{t+Toff_i-1} (1-u_i^k) \ge Toff_i \cdot (u_i^{t-1} - u_i^t) \qquad u_i^t \in \{0,1\}$$

$i=1,\dots,NUT,\ t=1,\dots,T,$

T

Dessem com UCT 8 7ª Reunião FT-Dessem | Março 2018

Formulação DESSEM

Problema de otimização

- De porte gigantesco.
- Em variáveis 0-1 e contínuas.
- Funções lineares por partes.

Formulação DESSEM

Problema de otimização

- De porte gigantesco.
- Em variáveis 0-1 e contínuas.
- Funções lineares por partes.

Saídas de interesse

- Despacho.
- Preços horários (nodais e rede).

Formulação DESSEM

Problema de otimização

- De porte gigantesco.
- Em variáveis 0-1 e contínuas.
- Funções lineares por partes.

Saídas de interesse

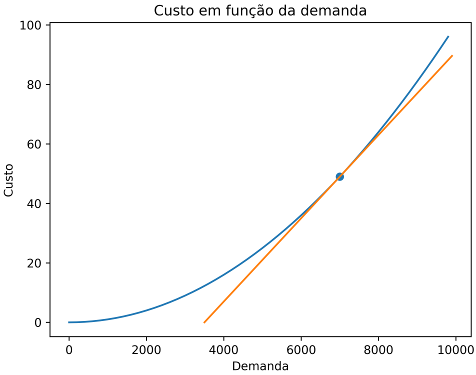
- Despacho.
- Preços horários (nodais e rede).

Como determinar os preços?

Outline

1. Modelos no setor elétrico
2. Preços: o caso clássico
3. Preços: o caso não-convexo
4. Modelos de preço: período único, uma barra
5. Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

Derivando a função custo



Mas como acessar a função custo?

Derivada a função custo

- O custo é o valor ótimo de um problema de otimização . . .
- . . . de grande porte.
- Demorado!
- Será que ele é, de fato, diferenciável?
- Se não for diferenciável, o que fazer?
- Hora de olhar um pouco para dualidade.

Introduzindo dualidade: mais um causo com cervejas

- Triste notícia: Guglielmo faleceu.
- Pedro, seu filho, herdou a micro-cervejaria do seu pai.
- Pedro não gosta de cerveja: vai vender a micro-cervejaria.
- Mas o que fazer com o estoque – 250.000g de Malte, 1.500g de lúpulo, 700g de leveduras e 1000l de água?
- Duas opções: produzir e vender no mercado ou vender para o tio João.

Problema do Pedro (o produtor)

Estrutura de produção.

- Receita de Pilsen (por litro): 230g de Malte + 1,7g de Lúpulo + 0,6g de levedura + 1,6 l de água. Ganho estimado R$ 10,00 por litro.
- Receita de IPA (por litro): 260g de Malte + 9g lúpulo + 0,9g de levedura + 1,5l de água. Ganho estimado R$ 14,00 por litro.
- Receita de Bock (por litro): 369g de Malte + 1g de Lúpulo + 0,1g de levedura + 1,5l água. Ganho estimado R$ 12,00 por litro.

Variáveis de decisão: produzir p_p litros de Pilsen, p_i de IPA e p_b de Bock.

Problema do Pedro (produtor)

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 10p_p + 13p_i + 12p_b \\
\text{s.a} \quad & 230p_p + 260p_i + 369p_b \leq 250000 \\
& 1,7p_p + 9p_i + 1p_b \leq 1500 \qquad\qquad\qquad \text{(Primal)} \\
& 0,6p_p + 0,9p_i + 0,1p_b \leq 700 \\
& 1,6p_p + 1,5p_i + 1,5p_b \leq 1000 \\
& p_p, p_i, p_b \geq 0.
\end{aligned}
$$

O ponto de vista do tio João (comprador)

- O tio João quer comprar todo o estoque.
- Ele conhece bem a micro-cervejaria do irmão e suas receitas de cerveja.
- As variáveis de decisão do tio João são os preços que ele deve oferecer por cada item do estoque λ_m, λ_l, λ_{le}, λ_a.
- Os preços devem ser escolhidos de modo a garantir que não seja vantajoso para o Pedro produzir a cerveja e vender no mercado.

Exemplo, Pedro não produzirá Pilsen se

$$230\lambda_m + 1,7\lambda_l + 0,6\lambda_{le} + 1,6\lambda_a \geq 10.$$

Problema do tio João (comprador)

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & 250000\lambda_m + 1500\lambda_l + 700\lambda_{le} + 1000\lambda_a \\
\text{s.a} \quad & 230\lambda_m + 1,7\lambda_l + 0,6\lambda_{le} + 1,6\lambda_a \geq 10 \\
& 260\lambda_m + 9\lambda_l + 0,9\lambda_{le} + 1,5\lambda_a \geq 13 \qquad \text{(Dual)} \\
& 369\lambda_m + 1\lambda_l + 0,1\lambda_{le} + 1,5\lambda_a \geq 12 \\
& \lambda_m, \lambda_l, \lambda_{le}, \lambda_a \geq 0.
\end{aligned}
$$

Primal e Dual

Sistematicamente, temos

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 10p_p + 13p_i + 12p_b \\
\text{s.a} \quad & 230p_p + 260p_i + 369p_b \leq 250000 \\
& 1,7p_p + 9p_i + 1p_b \leq 1500 \\
& 0,6p_p + 0,9p_i + 0,1p_b \leq 700 \\
& 1,6p_p + 1,5p_i + 1,5p_b \leq 1000 \\
& p_p, p_i, p_b \geq 0.
\end{aligned}
\qquad \text{(Primal)}
$$

Primal e Dual

Sistematicamente, temos

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T p \\ \text{s.a} \quad & Ap \leq b \qquad \text{(Primal)} \\ & p \geq 0. \end{aligned}$$

Primal e Dual

Sistematicamente, temos

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T p \\ \text{s.a} \quad & Ap \leq b \\ & p \geq 0. \end{aligned} \qquad \text{(Primal)}$$

e o problema associado

$$\begin{aligned} \min \quad & 250000\lambda_m + 1500\lambda_l + 700\lambda_{le} + 1000\lambda_a \\ \text{s.a} \quad & 230\lambda_m + 1,7\lambda_l + 0,6\lambda_{le} + 1,6\lambda_a \geq 10 \\ & 260\lambda_m + 9\lambda_l + 0,9\lambda_{le} + 1,5\lambda_a \geq 13 \\ & 369\lambda_m + 1\lambda_l + 0,1\lambda_{le} + 1,5\lambda_a \geq 12 \\ & \lambda_m, \lambda_l, \lambda_{le}, \lambda_a \geq 0. \end{aligned} \qquad \text{(Dual)}$$

Primal e Dual

Sistematicamente, temos

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T p \\ \text{s.a} \quad & Ap \le b \\ & p \ge 0. \end{aligned} \tag{Primal}$$

e o problema associado

$$\begin{aligned} \min \quad & b^t \lambda \\ \text{s.a} \quad & A^T \lambda \ge c \\ & \lambda \ge 0. \end{aligned} \tag{Dual}$$

Dualidade é uma ferramenta natural para calcular preços!

Preços são soluções duais (multiplicadores de Lagrange).

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

Eu considero inútil a leitura de longos tratados de análise abstrata: uma quantidade grande demais de métodos que passam diante de nossos olhos. É trabalhando com aplicações que devemos estudá-los, é aí que podemos avaliar suas capacidades e a forma correta de empregá-los.

Je considère comme complètement inutile la lecture de gros traités d'analyse pure: un trop grand nombre de méthodes passent en même temps devant les yeux. C'est dans les travaux d'application qu'on doit les étudier; c'est là qu'on juge leurs capacités et qu'on apprend la manière de les utiliser.

W.W.R. Ball, History of Mathematics (3rd Ed., 1901)

Há muitos ditos cre ditados a Lagrange

Antes de nos lançar ao mar devemos caminhar sobre a terra.
Antes de criar devemos entender.

Há muitos ditos cre ditados a Lagrange

Antes de nos lançar ao mar devemos caminhar sobre a terra.
Antes de criar devemos entender.

Seguindo os passos de Lagrange
Vamos continuar a palestra
Caminhando sobre a terra da otimização
Realizando algumas observações importantes
Para o mercado de energia.

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

1ª observação

Graças a Lagrange somos capazes de calcular o preço da energia

Andando sobre a paisagem da aplicação

Operar com custo mínimo as diferentes tecnologias de um sistema elétrico interconectado, de forma a atender a demanda.

fonte: ONS

Exemplificando com um exemplo simples

Duas unidades geradoras

Exemplificando com um exemplo simples

Duas unidades geradoras

$p_T \in \mathcal{P}_T$

$p_H \in \mathcal{P}_H$

Exemplificando com um exemplo simples

Duas unidades geradoras

$$p_T \in \mathcal{P}_T$$
$$C_T(p_T)$$

$$p_H \in \mathcal{P}_H$$
$$C_H(p_H)$$

Exemplificando com um exemplo simples

Duas unidades geradoras

$$p_T \in \mathcal{P}_T$$
$$C_T(p_T)$$

$$p_H \in \mathcal{P}_H$$
$$C_H(p_H)$$

$$p_T + p_H = d \quad \text{(demanda)}$$

Exemplificando com um exemplo simples

Duas unidades geradoras

$$\begin{cases} \min & C_T(p_T) + C_H(p_H) \\ \text{s.t.} & p_T \in \mathcal{P}_T \,, p_H \in \mathcal{P}_H \\ & p_T + p_H = d \end{cases}$$

$p_T \in \mathcal{P}_T$
$C_T(p_T)$

$p_H \in \mathcal{P}_H$
$C_H(p_H)$

$p_T + p_H = d$ (demanda)

Preços *via* custo marginal

A função valor (custo) ótimo,

$$v(\mathbf{u}) := \begin{cases} \inf & C_T(p_T) + C_H(p_H) \\ \text{s.t.} & p_T \in \mathcal{P}_T\,, p_H \in \mathcal{P}_H \\ & p_T + p_H = \mathbf{d} + \mathbf{u} \end{cases}$$

é a chave para calcular os preços da eletricidade:

Preços *via* custo marginal

A função valor (custo) ótimo,

$$v(\mathbf{u}) := \begin{cases} \inf & C_T(p_T) + C_H(p_H) \\ \text{s.t.} & p_T \in \mathcal{P}_T \,, p_H \in \mathcal{P}_H \\ & p_T + p_H = \mathbf{d} + \mathbf{u} \end{cases}$$

é a chave para calcular os preços da eletricidade:

Quanto aumenta o custo

Preços *via* custo marginal

A função valor (custo) ótimo,

$$v(\mathbf{u}) := \begin{cases} \inf & C_T(p_T) + C_H(p_H) \\ \text{s.t.} & p_T \in \mathcal{P}_T\,, p_H \in \mathcal{P}_H \\ & p_T + p_H = \mathbf{d} + \mathbf{u} \end{cases}$$

é a chave para calcular os preços da eletricidade:

Quanto aumenta o custo

se a demanda aumentar de uma unidade?

Preços *via* custo marginal

A função valor (custo) ótimo,

$$v(\mathbf{u}) := \begin{cases} \inf & C_T(p_T) + C_H(p_H) \\ \text{s.t.} & p_T \in \mathcal{P}_T\,, p_H \in \mathcal{P}_H \\ & p_T + p_H = \mathbf{d} + \mathbf{u} \end{cases}$$

é a chave para calcular os preços da eletricidade:

Quanto aumenta o custo

se a demanda aumentar de uma unidade?

Mais uma vez: calcular a derivada de $v(\cdot)$ em $u = 0$.

Mas não temos fórmula para $v(\cdot)$!

Preços pelo dual

Dado um problema de otimização geral

$$\begin{aligned} \min_{p} \quad & f(p) \\ \text{s.a} \quad & g(p) \leq 0. \end{aligned}$$

Podemos introduzir a ideia de buscar multas que equilibrem o objetivo e restrições através da função **lagrangiana**

$$L(p, \lambda) = f(x) + \sum_{i} p_i g_i(x).$$

O problema primal é equivalente

$$\min_{p} \max_{\lambda} L(p, \lambda).$$

As multas λ desempenham o papel de proibir inviabilidade.

Preços pelo dual

O dual pode ser obtido trocando a ordem: o foco é procurar multas que equilibrem as restrições e o objetivo: os preços!

$$\max_{\lambda} \min_{p} L(p, \lambda). \tag{Dual}$$

Mas essa troca de ordem entre min e max nem sempre é possível.

O dual sempre vê uma versão convexa do primal.

Graças a Lagrange
sabemos calcular preços
(multiplicadores de Lagrange)

Preços pelo dual

O dual pode ser obtido trocando a ordem: o foco é procurar multas que equilibrem as restrições e o objetivo: os preços!

$$\max_{\lambda} \min_{p} L(p, \lambda). \tag{Dual}$$

Mas essa troca de ordem entre min e max nem sempre é possível.

O dual sempre vê uma versão convexa do primal.

Graças a Lagrange
sabemos calcular preços
(multiplicadores de Lagrange)

Resolvendo o despacho energético via dual

Vantagens e desvantagens

+ Separabilidade ($\neq$ tecnologias).

+ Preços marginais precisos em tempo razoável de CPU.
  (Se for usando um método de feixe adequado
  com precisão sob demanda)

– Perda de viabilidade primal.

Outline

1. Modelos no setor elétrico
2. Preços: o caso clássico
3. Preços: o caso não-convexo
4. Modelos de preço: período único, uma barra
5. Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

O que ocorre se perdemos convexidade? Ilustração com um exemplo simples

Unidades geradoras têm a mesma capacidade (P) mas tecnologias diferentes.

variáveis 0-1
Gera 0 ou P
$\mathcal{P}_T = \{0, P\}$ - cara

variáveis contínuas
qualquer geração em $[0, P]$
$\mathcal{P}_H = [0, P]$ - barata

Se a demanda for $d = 1.5P$:

O que ocorre se perdemos convexidade? Ilustração com um exemplo simples

Unidades geradoras têm a mesma capacidade (P) mas tecnologias diferentes.

variáveis 0-1	variáveis contínuas
Gera 0 ou P	qualquer geração em $[0, P]$
$\mathcal{P}_T = \{0, P\}$ - cara	$\mathcal{P}_H = [0, P]$ - barata

Se a demanda for $d = 1.5P$: $\bar{p}_T = P$ e $\bar{p}_H = \frac{1}{2}P$.

Ilustração com um exemplo simples

variáveis 0-1
Gera 0 ou P
$\mathcal{P}_T = \{0, P\}$ - cara

variáveis contínuas
qualquer geração em $[0, P]$
$\mathcal{P}_H = [0, P]$ - barata

Se a demanda for $d = 1.5P$ e usarmos o enfoque dual:

Ilustração com um exemplo simples

variáveis 0-1
Gera 0 ou P
$\mathcal{P}_T = \{0, P\}$ - cara

variáveis contínuas
qualquer geração em $[0, P]$
$\mathcal{P}_H = [0, P]$ - barata

Se a demanda for $d = 1.5P$ e usarmos o enfoque dual:

- Ele vê a convexificação: equivale a resolve o MIP com $[0, P]$ no lugar de $\mathcal{P}_T$.

Ilustração com um exemplo simples

variáveis 0-1
Gera 0 ou P
$\mathcal{P}_T = \{0, P\}$ - cara

variáveis contínuas
qualquer geração em $[0, P]$
$\mathcal{P}_H = [0, P]$ - barata

Se a demanda for $d = 1.5P$ e usarmos o enfoque dual:

- Ele vê a convexificação: equivale a resolve o MIP com $[0, P]$ no lugar de $\mathcal{P}_T$.
- Nesse caso o despacho obtido é inviável: $\bar{p}_T^{dual} = \frac{1}{2}P, \bar{p}_H^{dual} = P$ (e com custo mais baixo).

Ilustração com um exemplo simples

Pode-se mostra que a função valor, $v(u)$, nesse caso é o mínimo de duas quadráticas.

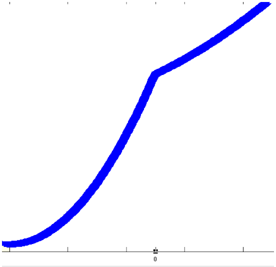
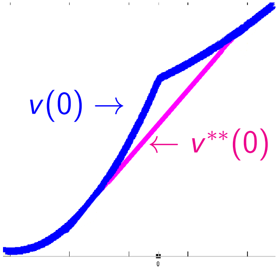


Ilustração com um exemplo simples

Pode-se mostra que a função valor, $v(u)$, nesse caso é o mínimo de duas quadráticas.



v não é convexa.

$v^{**}(0) < v(0)$.

Não-convexidades

Não convexidades estão tipicamente associadas a indivisibilidades:

- Algumas unidades geradoras podem estar ligadas ou desligadas.
- Custo de partida (e desligamento).
- Geração mínima (como no exemplo).

Essas características levam a não convexidades na função valor.

Não-convexidades

Não convexidades estão tipicamente associadas a indivisibilidades:

- Algumas unidades geradoras podem estar ligadas ou desligadas.
- Custo de partida (e desligamento).
- Geração mínima (como no exemplo).

Essas características levam a não convexidades na função valor.

Vamos ver alguns exemplos.

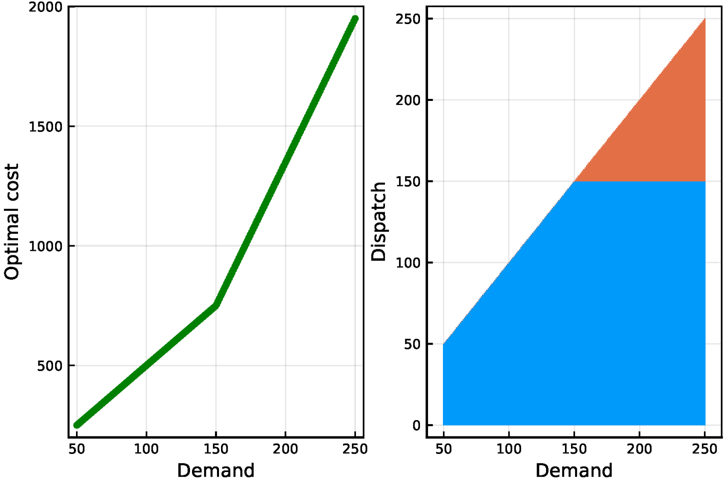
Um modelo simples com duas unidades geradoras

$$
\begin{aligned}
\min \quad & (c_1 p_1 + u_1 s_1) + (c_2 p_2 + u_2 s_2) \\
\text{s.a} \quad & u_i low_i \leq p_i \leq u_i up_i, \;\; i = 1, 2 \\
& p_1 + p_2 = d \qquad \text{(Demanda)} \\
& p \geq 0, \;\; u \in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

Em que:

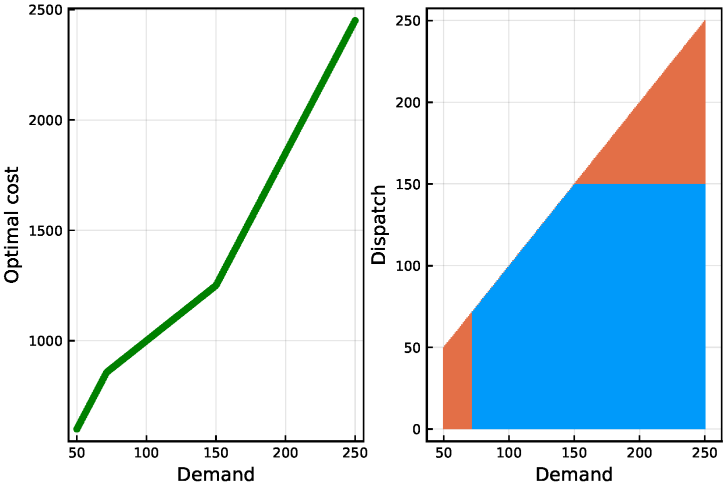
- c_i é CVU da unidade i.
- s_i custo de partida da unidade i.
- low_i, up_i gerações mínimas e máximas da unidade i.
- d é a demanda.
- p_i geração da unidade i (variável de decisão).
- u_i modela se a unidade i está ligada ou desligada (variável de decisão).

Função valor (sem ger. mín., sem partida)



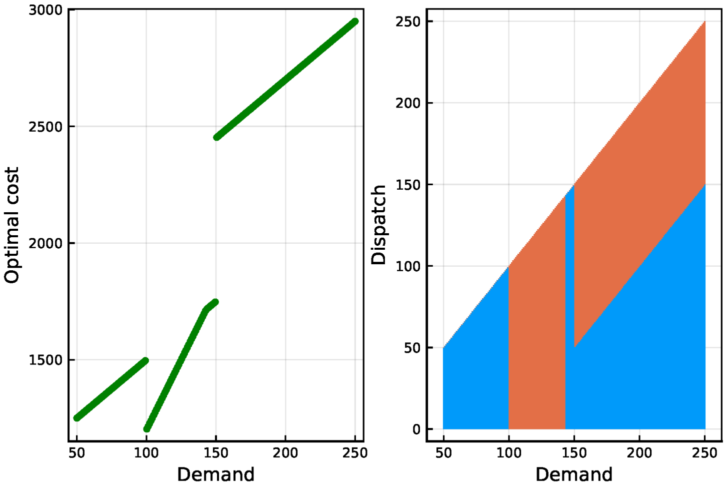
$$c = (5, 12),\ s = (0, 0),\ low = (0, 0),\ up = (150, 150)$$

Função valor (sem ger. mín., com partida)



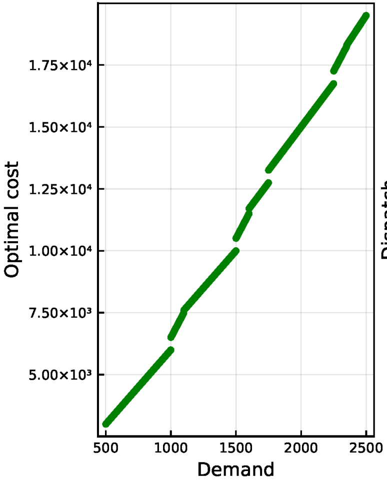
$$c = (5, 12),\ \ s = (500, 0),\ \ low = (0, 0),\ \ up = (150, 150)$$

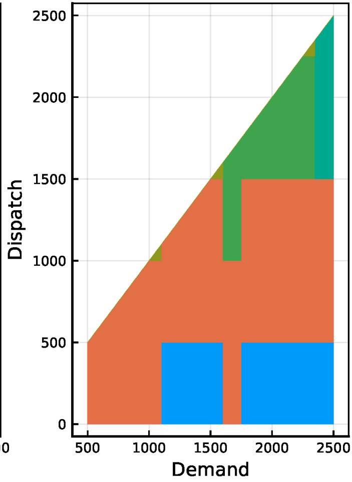
Função valor (Gen. mín., partida)



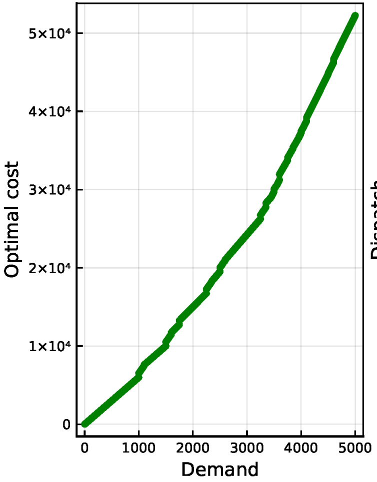
$$c = (5, 12),\ \ s = (1000, 0),\ \ low = (0, 100),\ \ up = (150, 150)$$

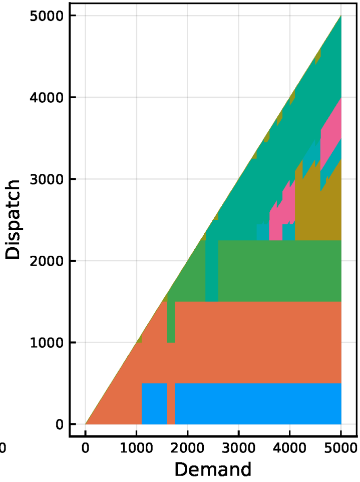
Função valor (10 plantas, gen. mín., partida)





Função valor (10 plantas, gen. mín., partida)





Outline

1 Modelos no setor elétrico

2 Preços: o caso clássico

3 Preços: o caso não-convexo

4 Modelos de preço: período único, uma barra

5 Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

Como obter os preços agora?

- Multiplicadores de Lagrange (ou variáveis duais) não estão definidos para MIPs.
- Precisamos de uma forma de calcular preços.
- Problema fundamental: descontinuidades sugerem derivadas infinitas!
- Há muitas alternativas: primal, dual, primal-dual; com ou sem compensações.
- O que são bons preços?

Vamos seguir G. Liberopoulos and P. Andrianesis "Critical Review of Pricing Schemes in Markets with Non-Convex Costs", OR, 2016.

Bons preços

- Fáceis de calcular (resolvendo um modelo contínuo).
- Fáceis de entender.
- Seu cômputo não deve influenciar o despacho (importante no Brasil, DESSEM).
- Uniformes para todos os geradores.
- Eficientes (menor custo possível).
- Justo com os geradores (evitar situações a descoberto).
- Encorajar eficiência e a divulgação de custos reais.
- Seguir a demanda (resposta à demanda).

Relaxa integralidade e força o despacho (R_0)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i (c_i p_i + u_i s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_i low_i \leq p_i \leq u_i up_i, \ \forall i \\
& \sum_i p_i = d \qquad \text{(Demanda)} \\
& p \geq 0, \ u \in \{0, 1\}
\end{aligned}
$$

Relaxa integralidade e força o despacho (R_0)

$$
\begin{array}{lll}
\min & \sum_i (c_i p_i + u_i s_i) & \\
\text{s.t.} & u_i low_i \leq p_i \leq u_i up_i, \ \forall i & \\
 & \sum_i p_i = d & \text{(Demanda)} \\
 & p \geq 0, \ \cancel{u \in \{0,1\}} \rightarrow u = u^*. &
\end{array}
$$

Relaxa integralidade e força o despacho (R_0)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i (c_i p_i + u_i s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_i low_i \leq p_i \leq u_i up_i, \ \forall i \\
& \sum_i p_i = d && \text{(Demanda)} \\
& p \geq 0, \ u = u^*.
\end{aligned}
$$

Relaxa integralidade e força o despacho:limitações

- Só consegue "olhar" custos convexos: convexifica a função valor.

  Por exemplo: no problema 2, retorna o preço 8.33 para demanda 25. A unidade despachada não vai querer gerar (fica a descoberto).

- Ignora os custos de partida.

  Mais um motivo de perda para alguns geradores.

- Preços podem cair com a demanda.

Relaxa integralidade e força o despacho (R_0)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i (c_i p_i + u_i s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_i low_i \le p_i \le u_i up_i, \ \forall i \\
& \sum_i p_i = d && \text{(Demanda)} \\
& u = u^* && \text{(Preserva desp.)} \\
& p \ge 0.
\end{aligned}
$$

- As restrições que preservam o despacho obrigam a manter o ótimo.
- Seus multiplicadores podem dar sinais de custo de mudanças no despacho.
- Tais valores podem ser considerados compensações: não dependem do nível de geração.

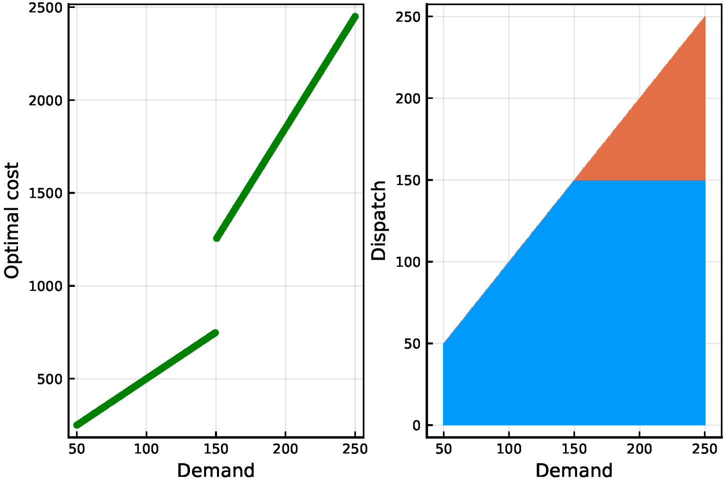
Compensações (por fora da estrutura de preços)

- São necessários para lidar com custos que não são variáveis, como custos de partida.
- Esse é o papel das compensações.
- A receita da unidade geradora i é então

$$receita_i = \lambda p_i + e_i,$$

  em que λ representa o preço (da energia) e e_i a compensação que deve ser paga à unidade i.
- Hogan and Ring (2003) sugerem o uso do multiplicador associado à restrição de preservação como compensação.

Funçao valor (Ger. mín., partida)



$$c = (5, 12),\ \ s = (0, 500),\ \ low = (0, 0),\ \ up = (150, 150)$$

Relaxa integralidade e força despacho ($\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}_+$)

Problema simples que

precisa de compensação para lidar com a descontinuidade.

Em $d = 225$, $\lambda = 12$, compensação para unidade 2 é 500 e ...

Relaxa integralidade e força despacho (R e R_+)

Problema simples que

precisa de compensação para lidar com a descontinuidade.

Em $d = 225$, $\lambda = 12$, compensação para unidade 2 é 500 e ...

A compensação para a unidade 1 e -1050, gerando o seu global!

Permitir compensações negativas tende a cancelar o lucro das unidades baratas (eficientes).

Relaxa integralidade e força despacho ($\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}_+$)

Problema simples que

precisa de compensação para lidar com a descontinuidade.

Em $d = 225$, $\lambda = 12$, compensação para unidade 2 é 500 e ...

A compensação para a unidade 1 e -1050, gerando o seu global!

Permitir compensações negativas tende a cancelar o lucro das unidades baratas (eficientes).

Solução: ignorar compensações negativas (O'Neill *et al.*).

Outros problemas de relaxar a integralidade continuam: compensações potencialmente altas encorajando informações de má qualidade.

Preços de equilíbrio

Vamos tomar uma rota alternativa.
Sem compensações o lucro (ou perda) de cada gerador será de

$$lucro_i = \lambda p_i - c_i(p_i).$$

Portanto, dado o preço λ, cada unidade gostaria de gerar

$$\tilde{p}^* \in \operatorname*{argmax}_{\tilde{p}_i} \lambda \tilde{p}_i - c_i(\tilde{p}_i).$$

Idealmente o despacho ótimo p_i deveria resolver esses problemas.

Dizemos que o preço λ induz o despacho p, se isso vale para todos os geradores.

Supporting prices

- Se o problema é convexo, os multiplicadores de Lagrange das restrições induzem o despacho ótimo.
- Se o problema não é convexo, mais uma vez, essa propriedade se perde.
- Isso sugere que é justo compensar com

$$e_i \geq \lambda \tilde{p}_i^* - c_i(\tilde{p}_i^*) - (\lambda p_i - c(p_i)), \tag{1}$$

para que o gerador voluntariamente aceite o despacho ótimo.
- Essa ideia pode ser usada em qualquer modelo de preços.

Compensações mínimas

Modelos com relaxação da integralidade e garantia dos despachos podem exigir compensações elevadas.

O preço com as menores compensações que levam os produtores a voluntariamente aceitar o despacho pode ser obtido por (Gribik, Hogan, Pope):

1. Encontre a convexificação da função valor.
2. Use um dos seus subgradientes com preço.
3. Defina as compensações por

$$e_i = \lambda \tilde{p}_i^* - c_i(\tilde{p}_i^*) - (\lambda p_i - c(p_i))$$

Mas a abordagem dual computa tais subgradientes!

Compensações mínimas

1. Resolva o dual do problema de despacho para uma demanda dada.
2. Use sua solução como preço.
3. Defina as compensações como em (1).

Como dissemos, o passo 1 pode ser usado na resolução do problema primal. Características:

- Preços crescem com a demanda.
- Preços mais altos do que aqueles de modelos de relaxação (minimizando as compensações).
- Unidade marginal (mais cara) pode ter lucro.
- Perde apelo quando o despacho é obrigatório.

Compensações internas

Quem paga as compensações? A sociedade? O operador central (e logo a sociedade)?

Há várias opções para minimizar isso baseados em compensações internas e preços não uniformes.

Uma unidade envia parte de seu lucro (potencial) para outra unidade como compensação.

Razoável quando ocorre internamente a uma (grande) companhia.

Controverso se as unidades competem entre si .

Compensações internas: compensações de soma zero

1. Calcule os preços relaxando o MIP.
2. Aumente os preços uniformemente...
3. ...mas o lucro extra é passado das unidades que lucram para as que estão a descoberto até todas estarem equilibradas.
4. A ideia é eliminar as compensações relaxando positivamente os preços.

Compensações mínimas de soma zero: características

- Custo global baixo.
- Meio termo entre R_0 and R_+.
- Trata os geradores de forma diferenciada - difícil de convencer os geradores eficientes.
- Preços podem decrescer com a demanda (como modelos de relaxação).

Preços para receitas adequadas

Não usam compensações.

Exemplo: máximo preço médio.

$$\lambda_i = c_i + s_i/p_i, \qquad \lambda = \max_{p_i > 0} \lambda_i.$$

Característica:

- Muito simples.
- Podem explodir se houver unidades gerando próximo ao mínimo.
- Então, decrescem com aumento da demanda.

Proposta alternativa: compensações limitadas

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \lambda \\
\text{s.t.} \quad & \underbrace{\lambda p_i^* + e_i}_{revenue_i} - \underbrace{c_i p_i^* + u_i^* s_i}_{cost_i} \geq 0 \\
& \sum_i e_i \leq \alpha \lambda \sum_i p_i^* \\
& \lambda \geq 0, \;\; e \geq 0.
\end{aligned}
$$

- $\alpha \geq 0$ limita as compensações de forma controlada e transparente.
- Compensações impedem a explosão de preços.
- Preços ainda podem decrescer com a demanda.
- Tenta minimizar o custo total garantido que nenhum gerador fica a descoberto.

Outras ideias adequadas para a demanda

- Relaxação semi-Lagrangiana:
  - Relaxa a demanda como um desigualdade.
  - Problema ainda possui acoplamentos.
  - Resolve o seu dual e usa multipliacadores como preço.
  - Não há gap de dualidade.
- Abordagem primal-dual:
  - Calcula despacho e preços concomitantemente.
  - Precisa resolver um MIP.

Outline

1 Modelos no setor elétrico

2 Preços: o caso clássico

3 Preços: o caso não-convexo

4 Modelos de preço: período único, uma barra

5 Modelos de preço: múltiplos períodos e subsistemas

Múltiplos períodos e barras

Quando há múltiplos períodos é possível diluir o custo de partida das unidades mais eficientes (CVU menor que o preço), diminuindo a necessidade de compensações.

Foco em estratégias que relaxam o MIP e extensões da compensação limitada.

Queremos investigar:

- Os preços são razoáveis?
- As compensações sugeridas garantem que ninguém fica a descoberto?
- Quanto é necessário para as compensações?
- Os preços seguem a demanda?

Modelos estendidos

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i \sum_b \sum_t (c_i p_{i,b,t} + toon_{i,t} s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_{i,t} low_i \le \sum_b p_{i,b,t} \le u_{i,t} up_i, \ \forall i, t \\
& \sum_i p_{i,b,t} = d_{b,t} && \text{(Demandas)} \\
& \sum_{i=1}^{10} p_{i,2,t} + \sum_{i=11}^{20} p_{i,1,t} \le linecap && \text{(Capacidade da linha)} \\
& p \ge 0, \ u \in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

$toon_{i,t}$ indica se a unidade i foi ligada no instante t. Pode ser derivado de $u_{i,t}$.

Modelos estendidos

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i \sum_b \sum_t (c_i p_{i,b,t} + toon_{i,t} s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_{i,t} low_i \leq \sum_b p_{i,b,t} \leq u_{i,t} up_i, \ \forall i, t \\
& \sum_i p_{i,b,t} = d_{b,t} && \text{(Demandas)} \\
& \sum_{i=1}^{10} p_{i,2,t} + \sum_{i=11}^{20} p_{i,1,t} \leq linecap && \text{(Capacidade da linha)} \\
& p \geq 0, \ \cancel{u \in \{0,1\}} \rightarrow u = u^*.
\end{aligned}
$$

$toon_{i,t}$ indica se a unidade i foi ligada no instante t. Pode ser derivado de $u_{i,t}$.

Modelos estendidos

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_i \sum_b \sum_t (c_i p_{i,b,t} + toon_{i,t} s_i) \\
\text{s.t.} \quad & u_{i,t} low_i \leq \sum_b p_{i,b,t} \leq u_{i,t} up_i, \ \forall i, t \\
& \sum_i p_{i,b,t} = d_{b,t} && \text{(Demandas)} \\
& \sum_{i=1}^{10} p_{i,2,t} + \sum_{i=11}^{20} p_{i,1,t} \leq linecap && \text{(Capacidade da linha)} \\
& p \geq 0, \ \color{blue}{u = u^*}.
\end{aligned}
$$

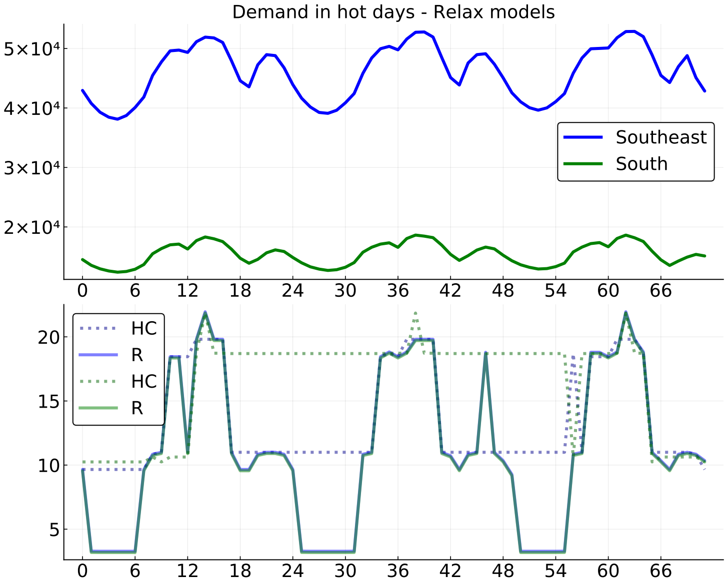
$toon_{i,t}$ indica se a unidade i foi ligada no instante t. Pode ser derivado de $u_{i,t}$.

Dados da simulação

- Perfil de demanda real do sudeste e sul do Brasil em uma onda de calor e dia normal de verão.
- Unidades geradores aleatoriamente geradas:
  - Uma unidade contínua de alta capacidade, baixo custo (2.70) (pode cobrir cerca de 40% da demanda total).
  - 3 unidades de baixa capacidade, alto custo (20.00), sem geração mínima e custo de partida relativamente alto.
  - 3 unidades de capacidade baixa-média, custo médio (10.00), geração míima de 10% e custo de partida baixo.
  - 3 unidades médias, baixo custo (3.00), geração mínima de 20%, custo de partida baixo.

Objetivo: gerar uma dinâmica interessante (com mudanças nas unidades ligadas ao longo do tempo).

Preços baseados em relaxar integralidade



Preços baseados em relaxar demanda

- Segue a demanda.
- Pode cair abaixo do CVU de algumas unidades despachadas que naquele momento operam a descoberto.
- Compensações parecem necessárias.

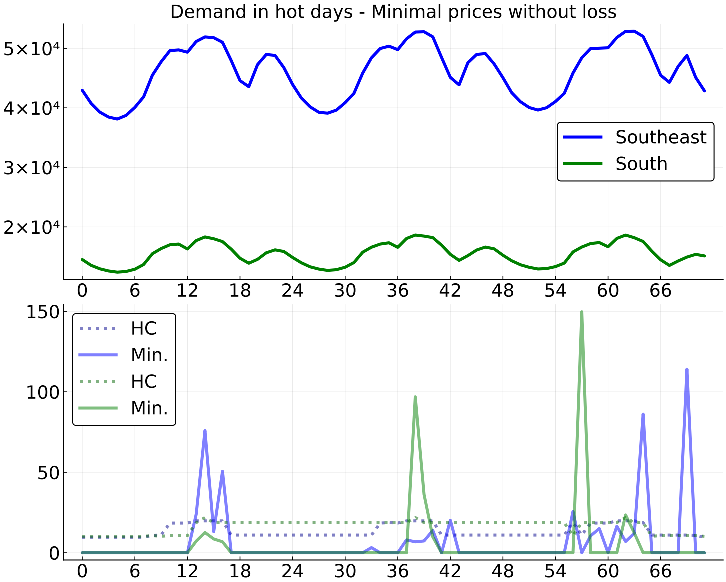
Relaxa integralidade, sem compensações (R_0)

Relaxa integralidade, com compensações positivas (R_+)

Limitando as compensações

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{b,t} \lambda_{b,t} d_{b,t} + \sum_{i,b,t} e_{i,b,t} \\
\text{s.t.} \quad & \underbrace{\sum_{b,t} \lambda_{b,t} p^*_{i,b,t} + e_{i,b,t}}_{receita_i} - \underbrace{(\sum_{b,t} c_i p^*_{i,b,t} + toon^*_i s_i)}_{custo_i} \geq 0 \\
& \sum_{i,t} e_{i,b,t} \leq \alpha \sum_{t} \lambda_{b,t} d_{b,t}, \quad \forall b \\
& \lambda \geq 0, \;\; e \geq 0.
\end{aligned}
$$

Impede prejuízos



Impede prejuízos

- Comportamento ruim:
  - Mantem o preço zero a maior parte do tempo.
  - Com picos de preços em momentos especiais.
- Recupera os picos de demanda.

Impede prejuízo

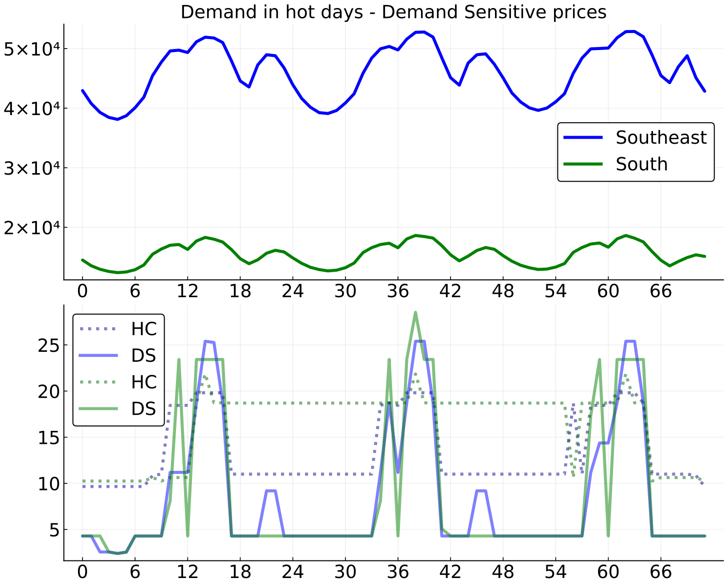
De volta à prancheta de desenho.

Sensibilidade à demanda

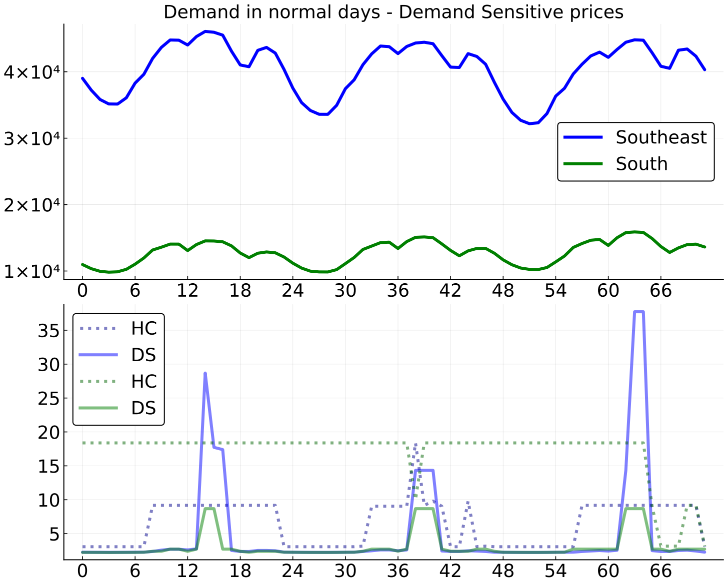
Adicionando restrições para:

- Preço no mínimo igual a 80% do CVU médio a cada instante.
- Janela de 24h para pagar custos variáveis.
- Segue a demanda das últimas 24 horas.

Sensibilidade à demanda

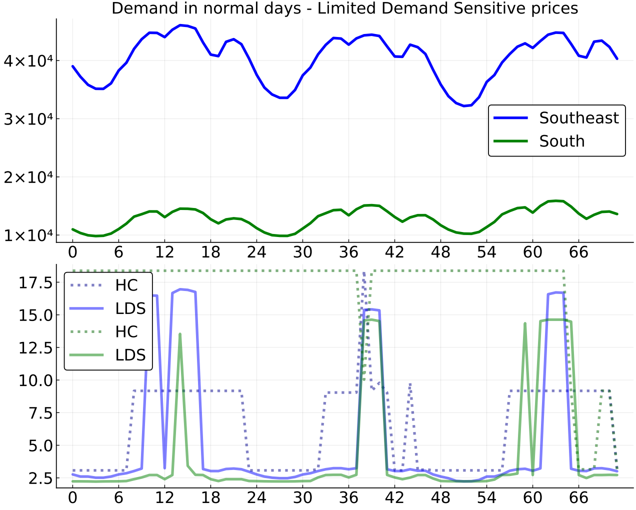


Sensibilidade à demanda



Sensibilidade à demanda, picos limitados

Adicionando restrição para limitar os picos de preço.



Evitando unidades a descoberto

- Preços razoáveis.
- Senguem a demanda.
- Podem cair abaixo do CVU de unidades ligadas.
- Podem passar do máximo CVU.
- Compensações limitadas de forma explícita.

Preços sensíveis à demanda.
Preços sensíveis à demanda com compensações limitadas.

Comparando

	Tipo	Max D.	Relax_0	Relax_+	Limit.	Sen. Dem	SDL
Custo total	Quente	63.30	51.63	52.28	29.35	35.67	36.58
Comp.	Quente	0.00	0.00	0.65	0.29	0.35	0.36
Custo total	Normal	35.00	28.06	28.40	16.49	22.11	22.69
Comp.	Normal	0.00	0.00	0.33	0.16	0.21	0.22
Custo total	Quente	60.07	46.20	46.96	28.04	32.09	33.26
Comp.	Quente	0.00	0.00	0.76	0.28	0.32	0.33
Custo total	Normal	35.29	25.94	26.30	12.12	18.07	20.01
Comp.	Normal	0.00	0.00	0.36	0.12	0.18	0.20

Valores em milhões de unidades.

Resultados típicos.

Conclusões

- Indivisibilidades destroem convexidade.
- Não há mais um preço único, natural.
- Compensações devem ser necessárias.
- Há múltiplos modelos com diferentes objetivos.
- É necessário um estudo aprofundado sobre qual preço usar em cada

Referências I

Paul R Gribik, William W Hogan, and Susan L Pope, *Market-Clearing Electricity Prices and Energy Uplift*, Tech. report, John F. Kennedy School of Government, Harvard University, 2007.

George Liberopoulos and Panagiotis Andrianesis, *Critical Review of Pricing Schemes in Markets with Non-Convex Costs*, Operations Research **64** (2016), no. 1, 17–31.

Relatórios CEMEAI

Relatório sobre alternativas para preços

Relatório sobre técnicas de solução por primal ou dual e impacto em preços