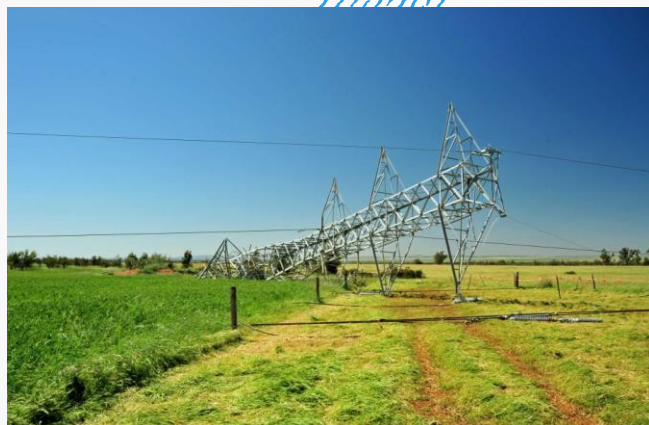


# Programação Diária da Operação Eletroenergética



## O Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética

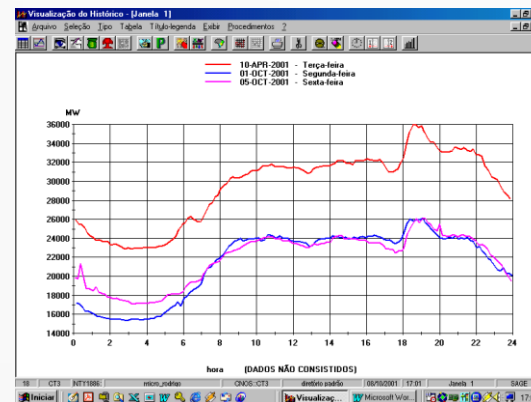
- Por que executar uma revisão diária das metas semanais do PMO?
  - *Condições meteorológicas de curtíssimo prazo, novas declarações de disponibilidade, e manutenções não programadas, por exemplo, podem alterar as condições operacionais*



Indisponibilidades na malha



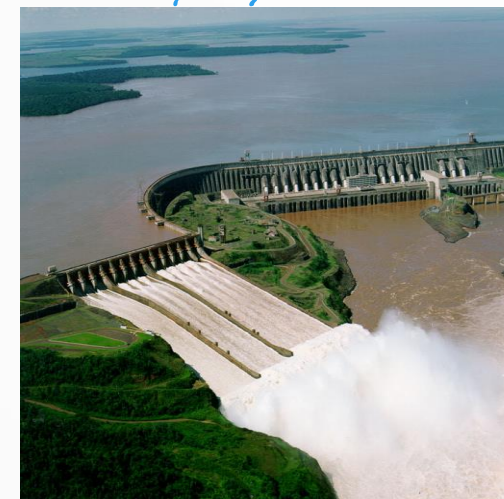
Novos ventos



Variação da carga



Novas vazões



**Evitar vertimentos**

Fonte: (ONS)

  
LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica

  
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

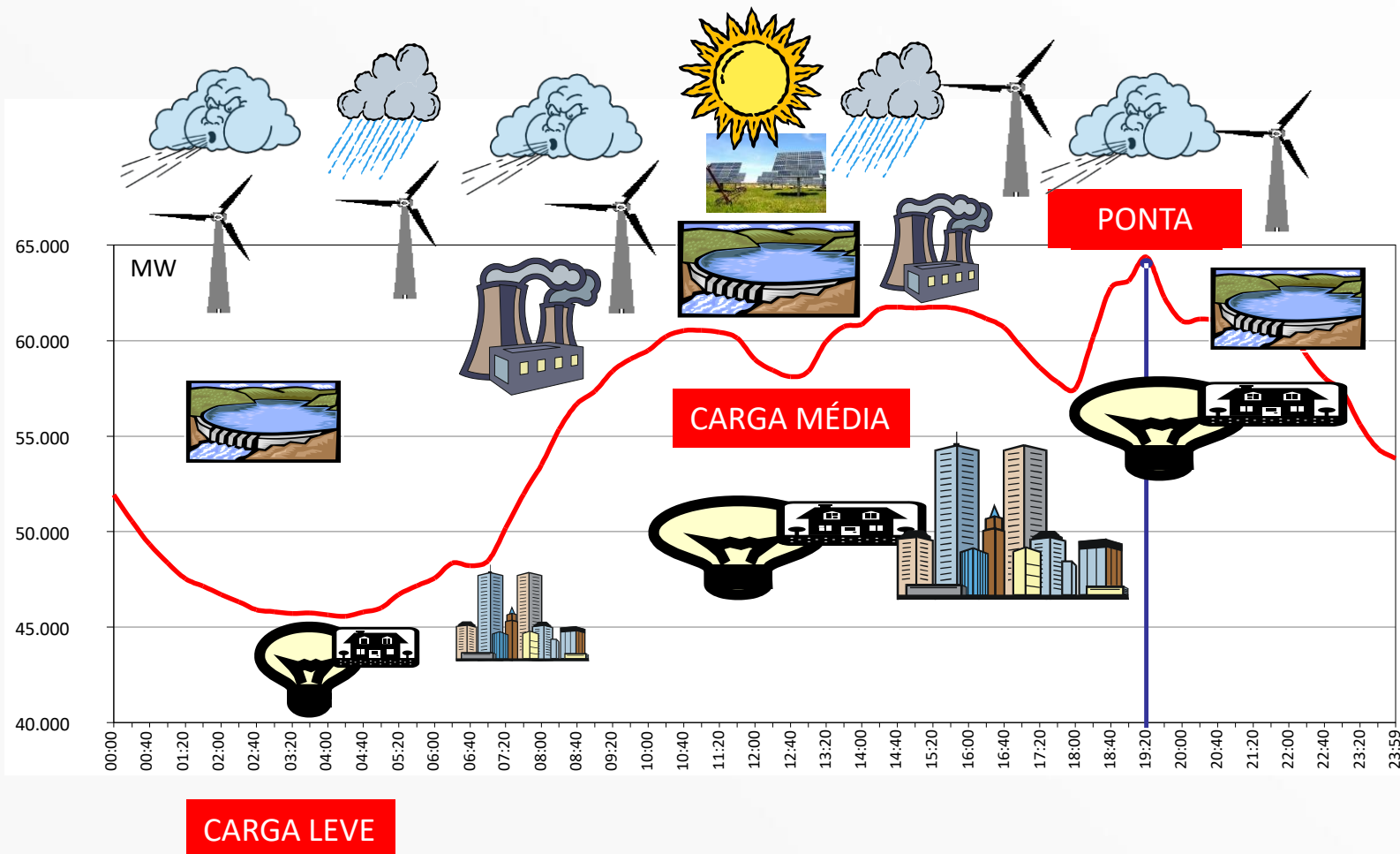
  
INESC P&D  
BRASIL

  
norteENERGIA  
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE

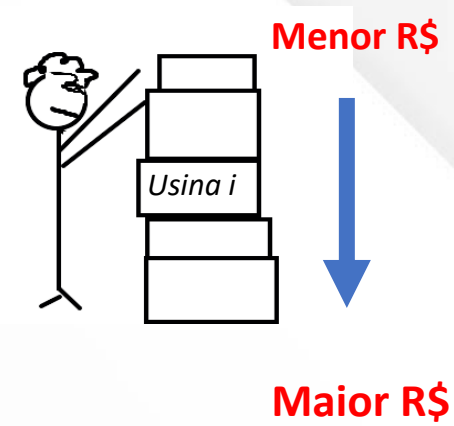
 **Norus**

# O Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética

- Por que executar uma revisão diária das metas semanais do PMO?
  - *Necessidade de preparar a operação em pelo menos D-1*



Fonte: (ONS)



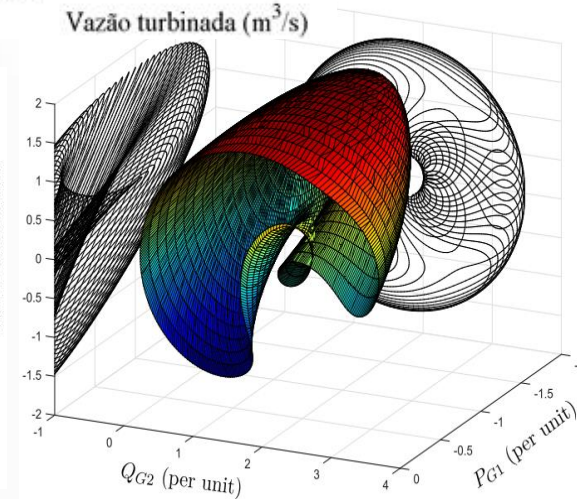
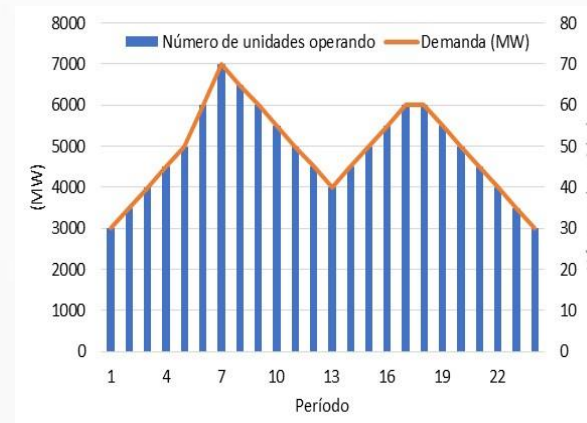
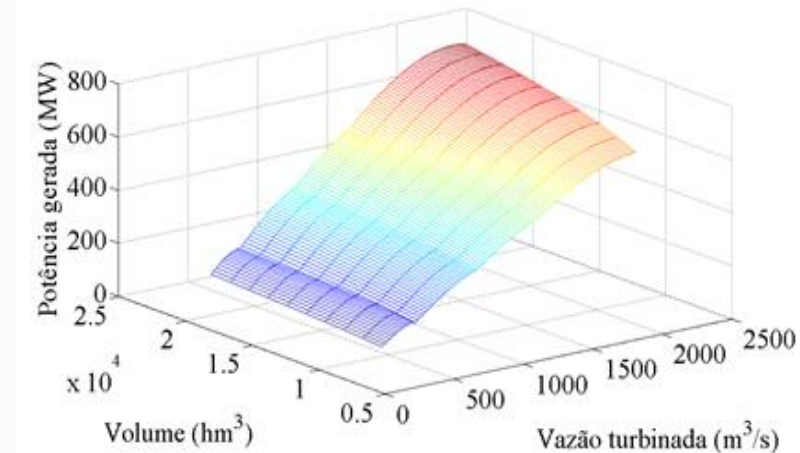
Quando?  
Quanto?  
Como?  
e  
Onde?

**GERAR**



## Características do Problema da Programação Diária

- Acoplado no tempo e no espaço
  - *Atendimento a demanda, operação em cascata, custo futuro, rampas*
- Não linearidades e não convexidades
  - *Função de produção hidrelétrica*
  - *Fluxo de potência*
- Incertezas
  - *Demanda, ventos, vazões e disponibilidades*
- Discreto
  - *Restrições (não convexas) de Unit Commitment*
- Grande porte
  - *Discretização semi-horária, horizonte semanal, elevado número de elementos do sistema*
  - *Incertezas e decisões discretas*



**Tempo limitado para ser executado  
(ordem de minutos a poucas horas)**



**LabPlan**  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



## Simplificações São Mandatórias

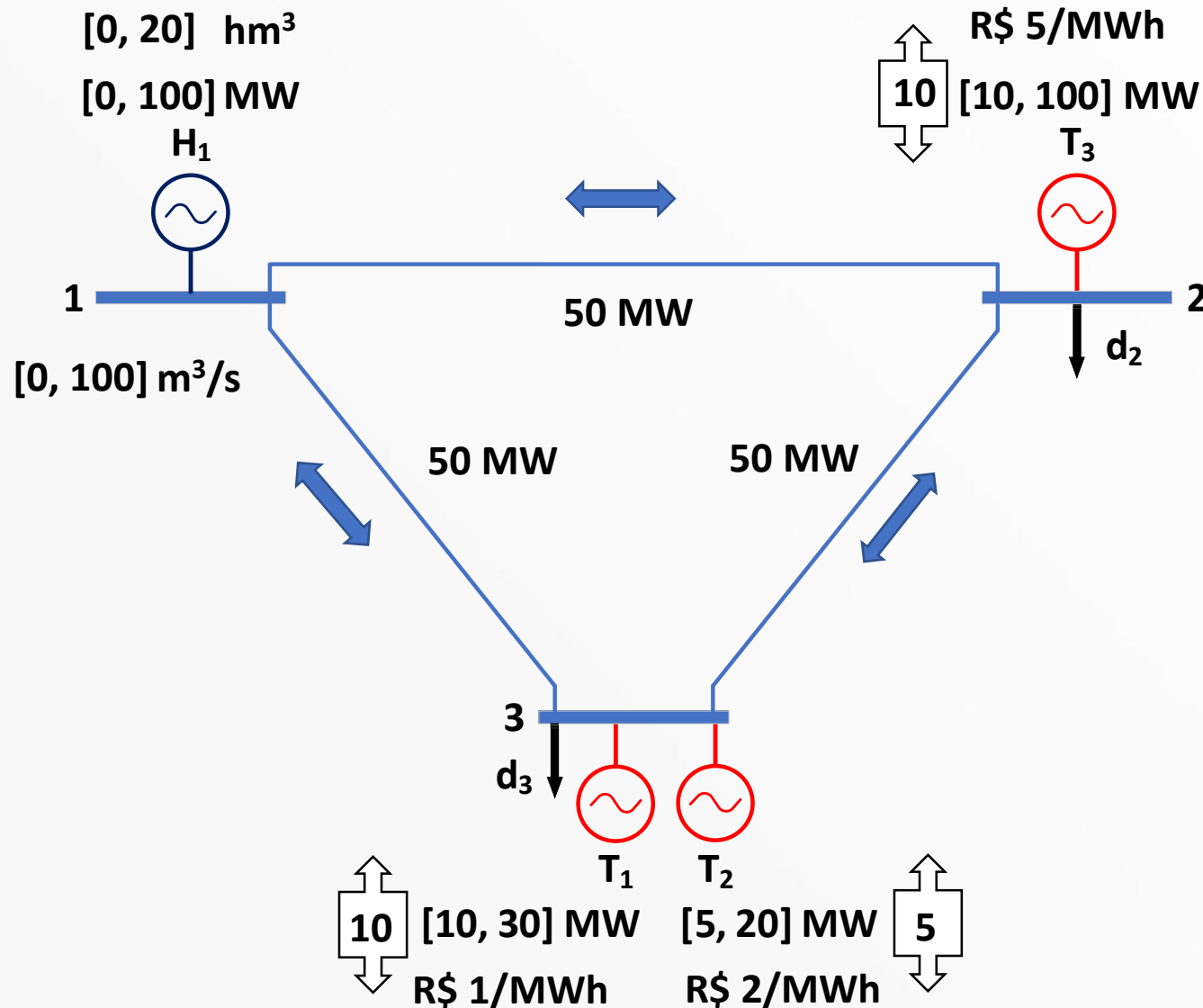
- Acoplado no tempo e no espaço ✓
  - *Atendimento à demanda, operação em cascata, custo futuro, rampas*
- Não linearidades e não convexidades
  - *Algoritmos para problemas não convexos ainda são incipientes para problemas de grande porte*
  - *Função de produção hidrelétrica e equações de fluxo de potência são linearizadas*
- Incertezas
  - *O problema estocástico é aproximado por um modelo determinístico (assumimos que conhecemos o futuro)*
- Discreto ✓
  - *Restrições (não convexas) de Unit Commitment das termelétricas*
- Grande porte ✓
  - *Discretização variável, barras são agregadas*
  - *Unit commitment hidrelétrico é substituído por um modelo agregado contínuo*



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



## Exemplo Numérico: Sistema Utilizado



## Função de Produção Hidrelétrica (FPH)

$$gh \leq 1,1q$$

$$gh \leq 0,9q + 10$$

$gh$ : geração hidro

$q$ : vazão turbinada

## Função de Custo Futuro (FCF)

$$\alpha \geq 5112 - 1006,94 \cdot v$$

$$\alpha \geq 4012 - 416,67 \cdot v$$

$$\alpha \geq 5160 - 833,33 \cdot v$$

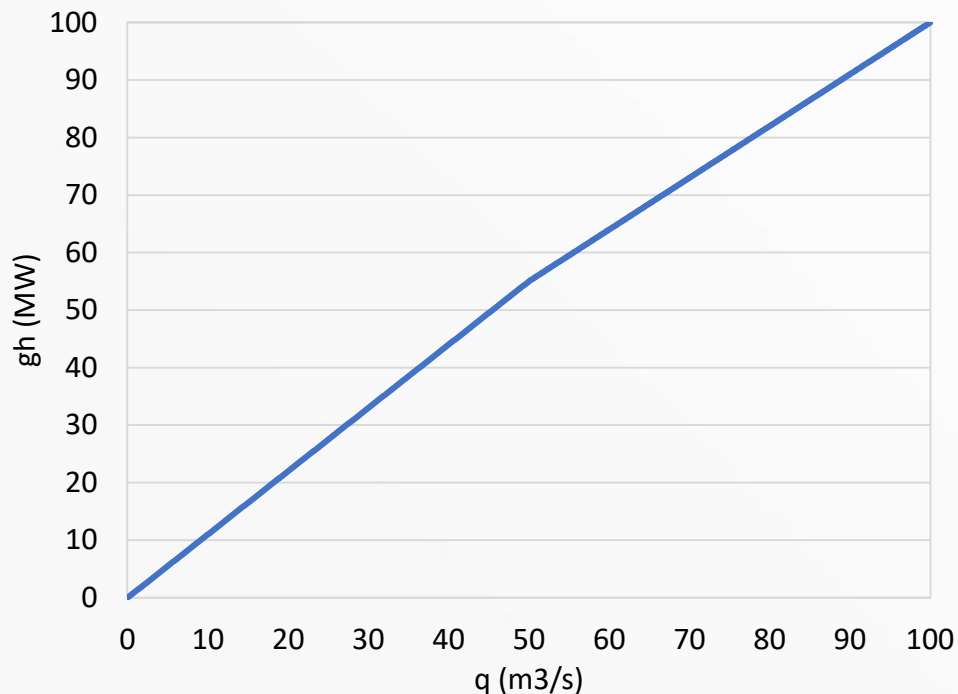
$$\alpha \geq 4080 - 416,67 \cdot v$$

$\alpha$ : custo futuro esperado

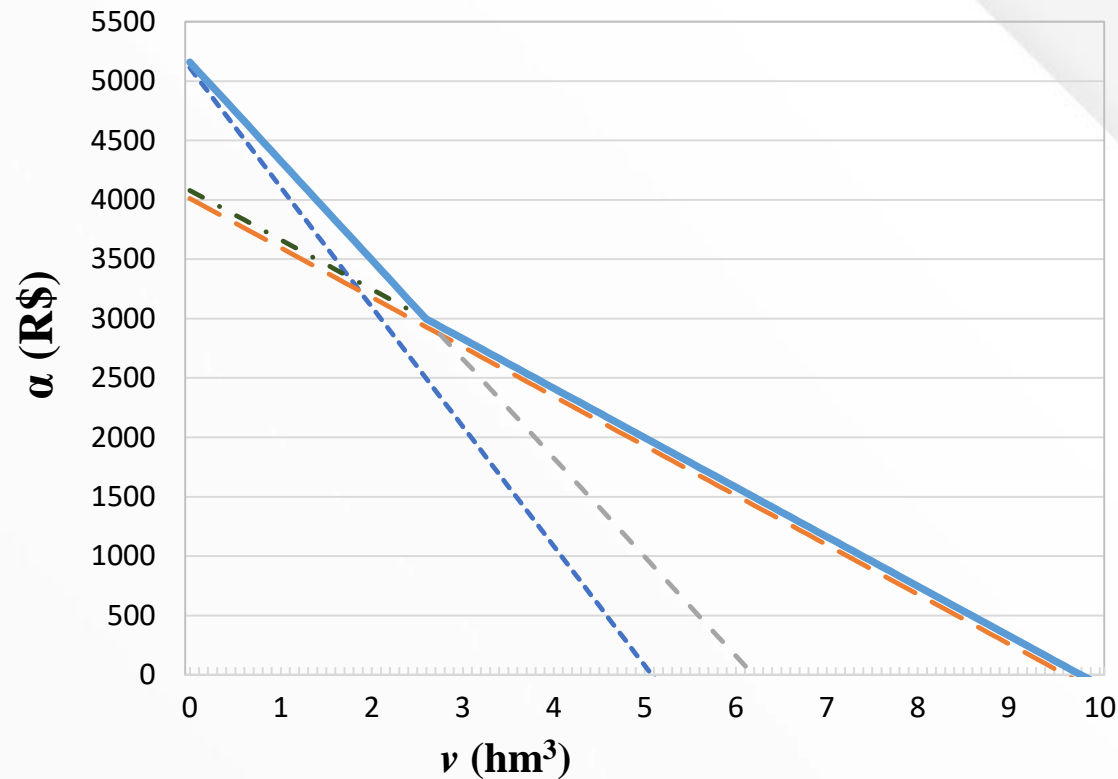
$v$ : volume armazenado

Rampas em (MWh/h\*t)

## Exemplo Numérico: Funções de Produção Hidrelétrica e de Custo Futuro



- Produtibilidade ( $\rho$ ) variável com a vazão (e independente da queda) – MW/(m³/s)
  - $q \leq 50$ ,  $\rho = 1,1$
  - $q > 50$ ,  $\rho = 0,9$

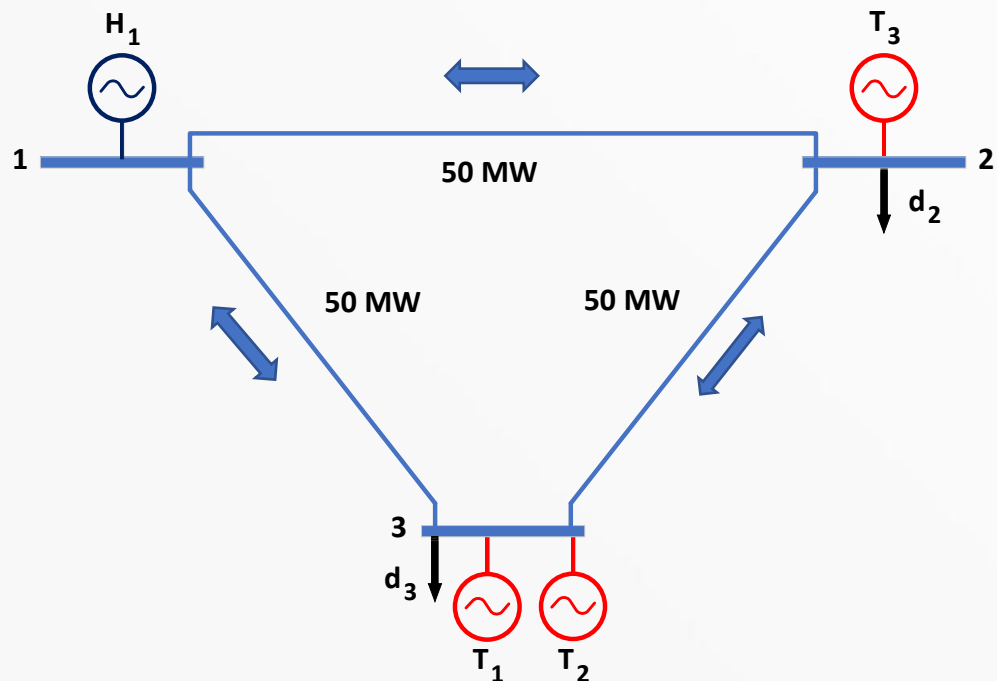


- Custo marginal futuro da água ( $\pi$ ) – R\$/hm³
  - $v \leq 2,59$ ,  $\pi = -833,34 \rightarrow 3,33$  ou  $2,73$  R\$/MWh
  - $v > 2,59$ ,  $\pi = -416,67 \rightarrow 1,66$  ou  $1,36$  R\$/MWh

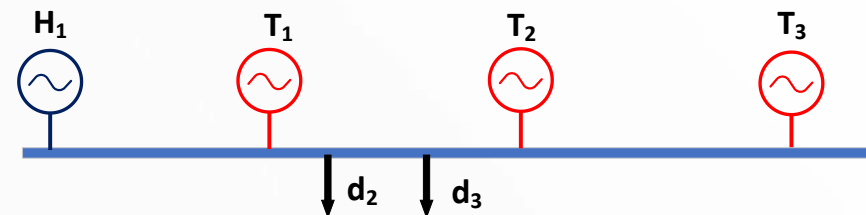


## Exemplo Numérico: Diferentes Representações da Rede de Transmissão

- Com rede



- Sem rede



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE





## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

**Com rede**

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

**Função objetivo**  
Minimizar o custo de  
operação esperado

**Sem rede**

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$



**LabPlan**  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



**ANEEL**  
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



**norteENERGIA**  
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



**Norus**

## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

**Com rede**

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g_{t,i} \right] + \alpha$$

**Custo imediato**

**Sem rede**

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g_{t,i} \right] + \alpha$$



**LabPlan**  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



**ANEEL**  
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



**norteENERGIA**  
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



**Norus**

## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g_{t,i} \right] + \alpha$$

Custo futuro esperado

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g_{t,i} \right] + \alpha$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq g_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

Limites das  
termelétricas

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g'_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq g_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

Rampas de  
geração

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_t \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t = 1, \dots, 4, \end{aligned}$$

Balança  
Hidráulico

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot g'_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq g'_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ g'_{it} - g'_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ g'_{it-1} - g'_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t = 1, \dots, 4, \end{aligned}$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) = a_t, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 1,1 \cdot q_t, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 0,9 \cdot q_t + 10, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$

Função de  
produção  
hidrelétrica

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i = 1, \dots, 3, \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) = a_t, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 1,1 \cdot q_t, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 0,9 \cdot q_t + 10, \quad \forall t = 1, \dots, 4,$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) = a_t, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 1,1 \cdot q_t, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 0,9 \cdot q_t + 10, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$\alpha \geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4,$$

Função de  
Custo Futuro

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_t \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$I_{it} \cdot P_i^{\min} \leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it} - gt_{it-1} \leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gt_{it-1} - gt_{it} \leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, \quad \forall i=1, \dots, 3, \forall t=1, \dots, 4,$$

$$v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) = a_t, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 1,1 \cdot q_t, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$gh_t \leq 0,9 \cdot q_t + 10, \quad \forall t=1, \dots, 4,$$

$$\alpha \geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4,$$

$$\alpha \geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4,$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE





## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10 & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t - l_{1t} + l_{3t} &= d_{1t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{3t} + l_{1t} - l_{2t} &= d_{2t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{1t} + gt_{2t} + l_{3t} + l_{1t} &= d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \end{aligned}$$

Balanco de  
potência

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10 & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t + gt_{1t} + gt_{2t} + gt_{3t} &= d_{1t} + d_{2t} + d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \end{aligned}$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



# Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

## Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10, & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t - l_{1t} + l_{3t} &= d_{1t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{3t} + l_{1t} - l_{2t} &= d_{2t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{1t} + gt_{2t} + l_{3t} + l_{1t} &= d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ l_{ft} &= 50 \cdot (\theta_{\text{para},t} - \theta_{\text{de},t}), & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \end{aligned}$$

Fluxo nas  
linhas

## Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10, & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t + gt_{1t} + gt_{2t} + gt_{3t} &= d_{1t} + d_{2t} + d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \end{aligned}$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Formulação: Horizonte de 1 dia discretizado em etapas de 6 horas

### Com rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10 & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t - l_{1t} + l_{3t} &= d_{1t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{3t} + l_{1t} - l_{2t} &= d_{2t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{1t} + gt_{2t} + l_{3t} + l_{1t} &= d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ l_{ft} &= 50 \cdot (\theta_{\text{para},t} - \theta_{\text{de},t}), & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ x_t^{\min} &\leq x_t \leq x_t^{\max}, I \in \{0,1\}^{12}. \end{aligned}$$

Limites das  
variáveis

### Sem rede

$$\min f = 6 \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^4 c_i \cdot gt_{it} \right] + \alpha$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{it} \cdot P_i^{\min} &\leq gt_{it} \leq I_{it} \cdot P_i^{\max}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it} - gt_{it-1} &\leq R_i^{\text{subida}} \cdot I_{it-1} + (1 - I_{it-1}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ gt_{it-1} - gt_{it} &\leq R_i^{\text{descida}} \cdot I_{it} + (1 - I_{it}) \cdot P_i^{\min}, & \forall i=1,\dots,3, \forall t=1,\dots,4, \\ v_t - v_{t-1} + 0,0216 \cdot (q_t + s_t) &= a_t, & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 1,1 \cdot q_t & \forall t=1,\dots,4, \\ gh_t &\leq 0,9 \cdot q_t + 10 & \forall t=1,\dots,4, \\ \alpha &\geq 5.112,00 - 1.006,94 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.012,8 - 416,67 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 5.160,0 - 833,33 \cdot v_4, \\ \alpha &\geq 4.080,0 - 416,67 \cdot v_4, \\ gh_t + gt_{1t} + gt_{2t} + gt_{3t} &= d_{1t} + d_{2t} + d_{3t}, & \forall t=1,\dots,4, \\ x_t^{\min} &\leq x_t \leq x_t^{\max}, I \in \{0,1\}^{12}. \end{aligned}$$



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

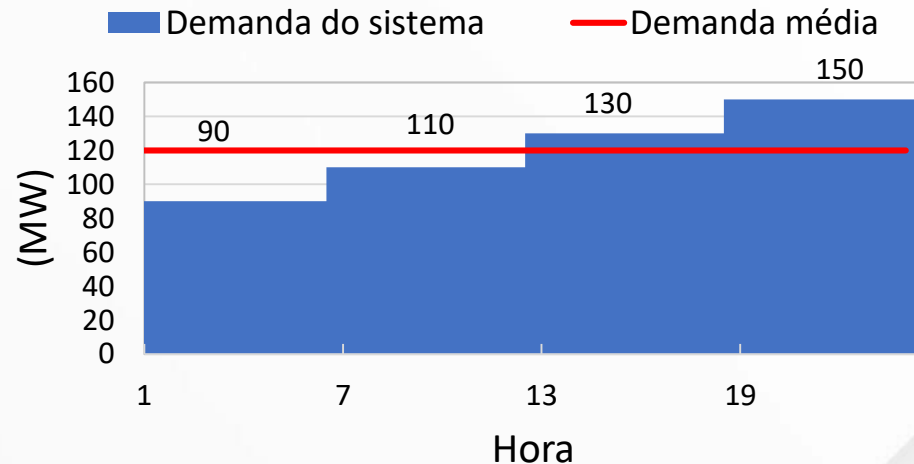
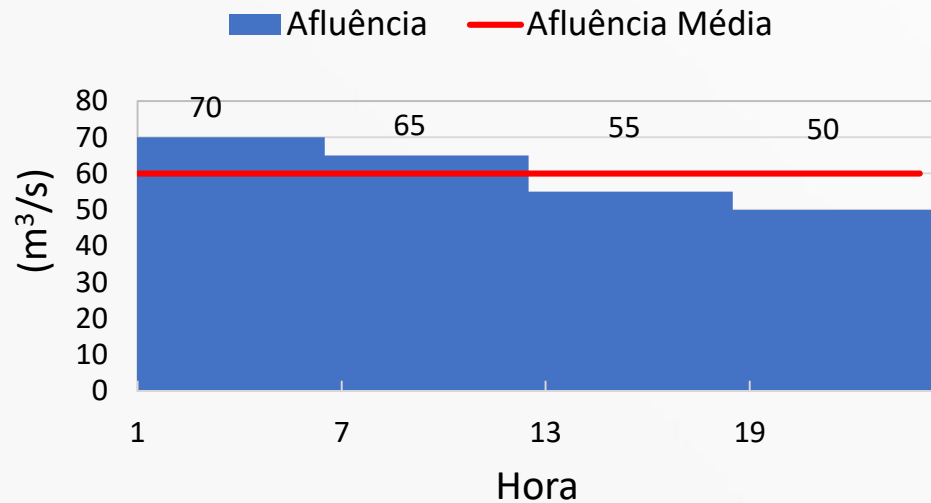


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Estados Iniciais e Demais Parâmetros do Problema

- Estado inicial das termelétricas:  $T_1 = 30$  MWh/h,  $T_2 = 5$  MWh/h, e  $T_3 = 10$  MWh/h.
- Reservatório com volume inicial de  $5 \text{ hm}^3$
- Afluências e demandas: (40% na barra 2 e 60% na barra 3)



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



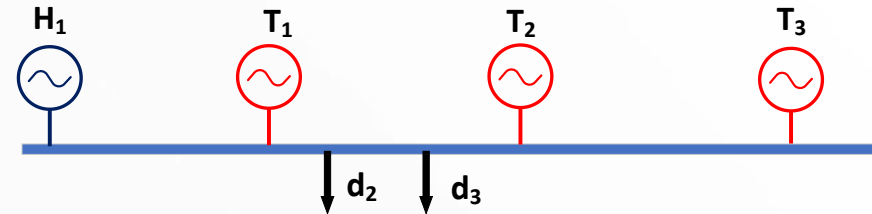
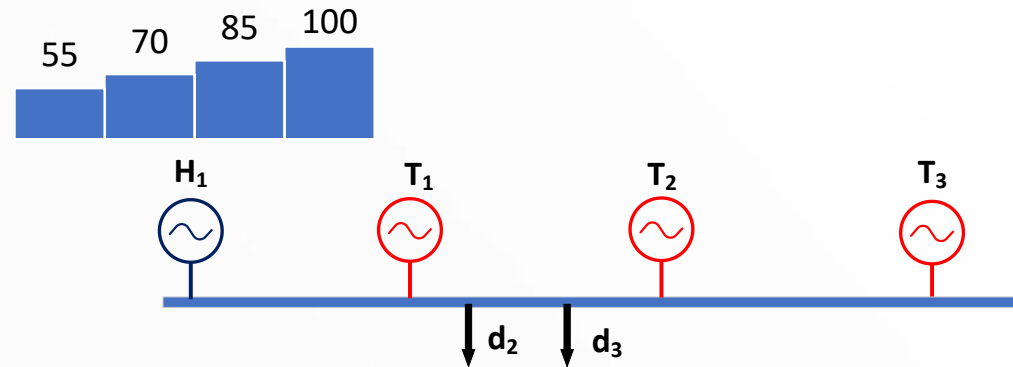
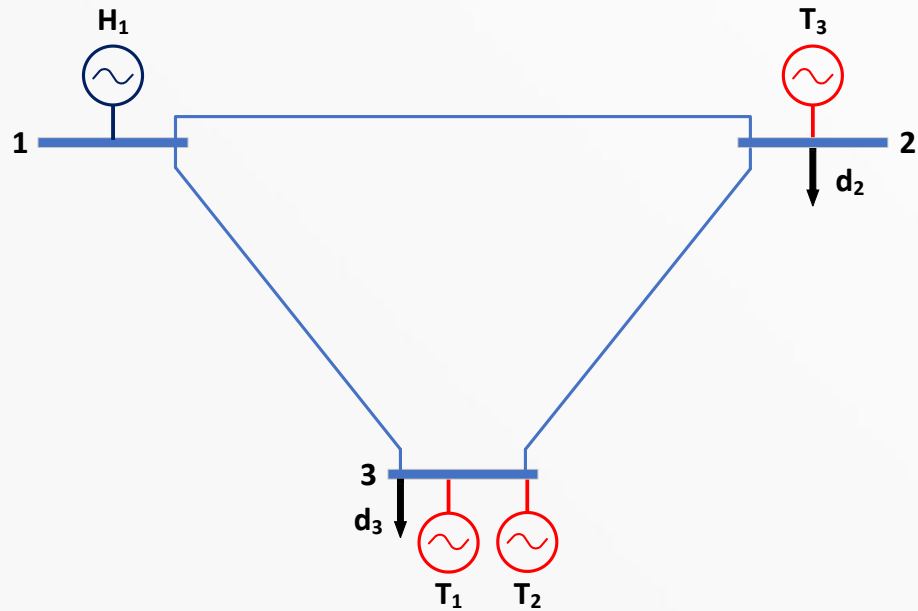
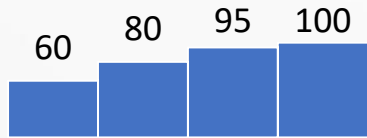
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Estudo de Caso I: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



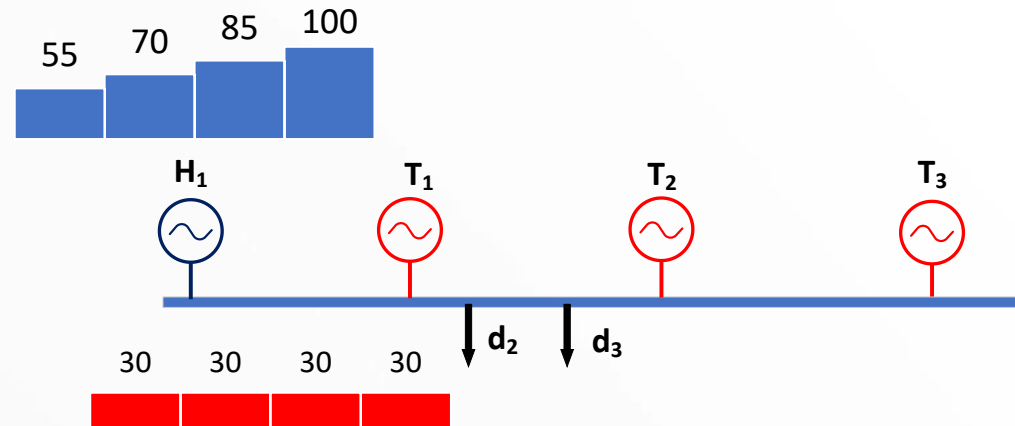
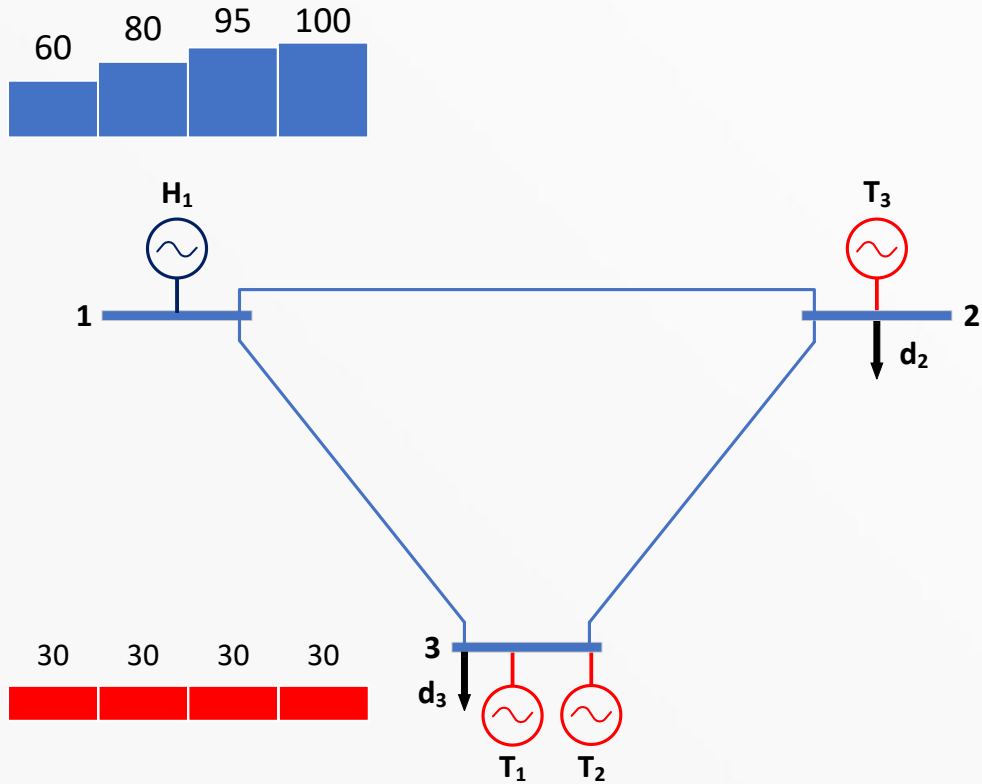
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



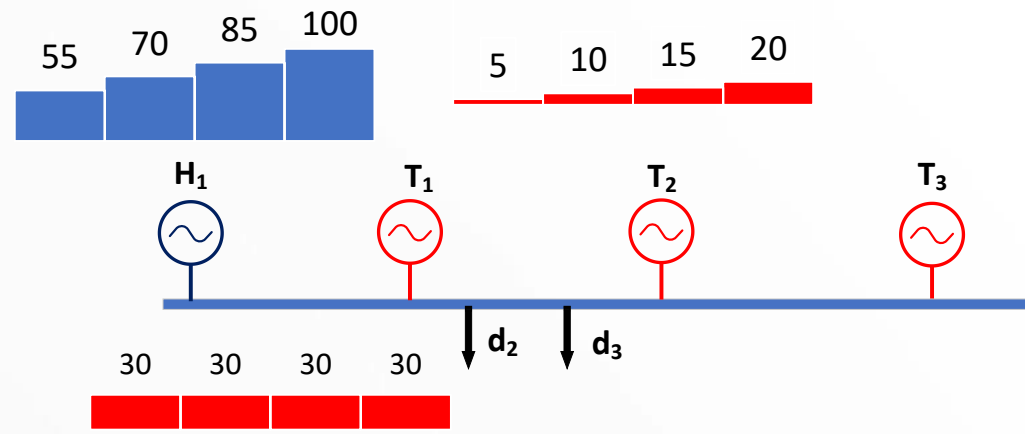
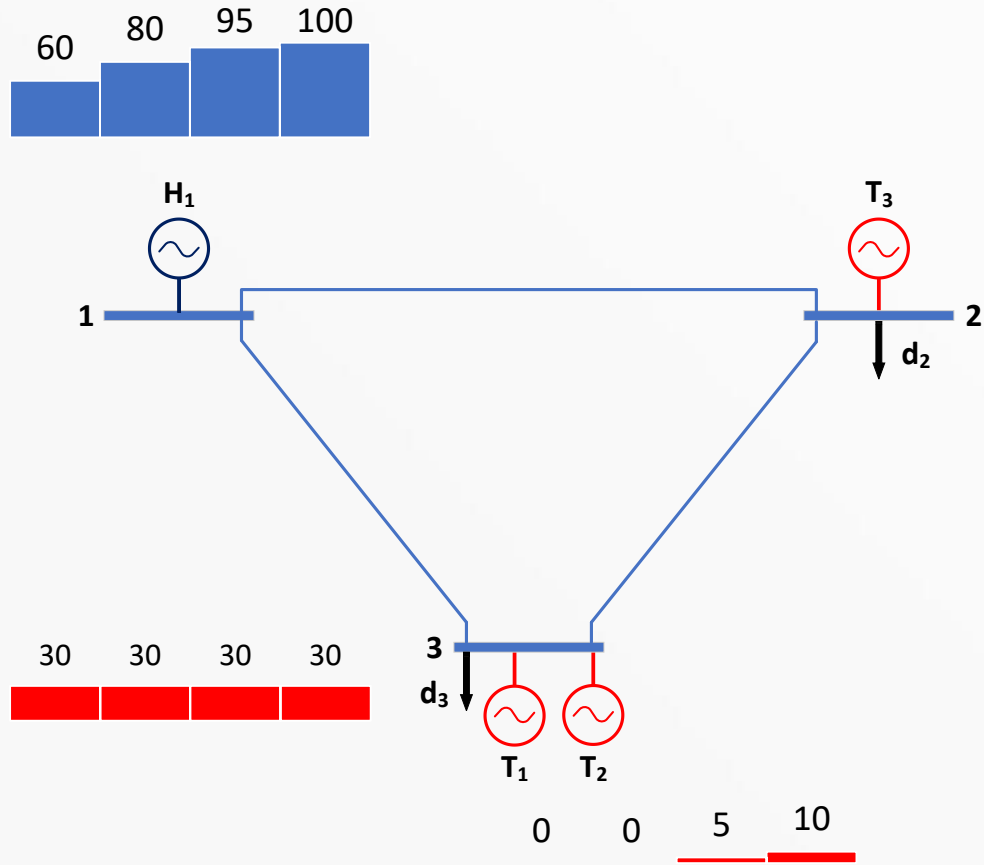
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



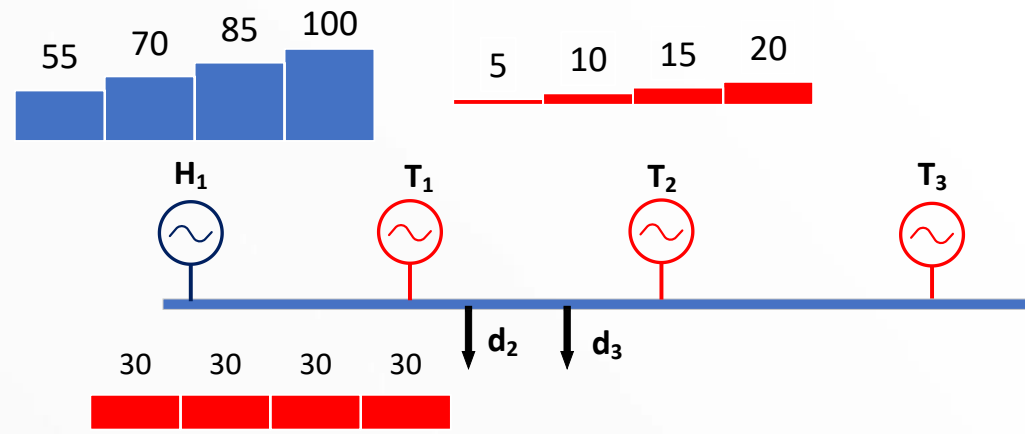
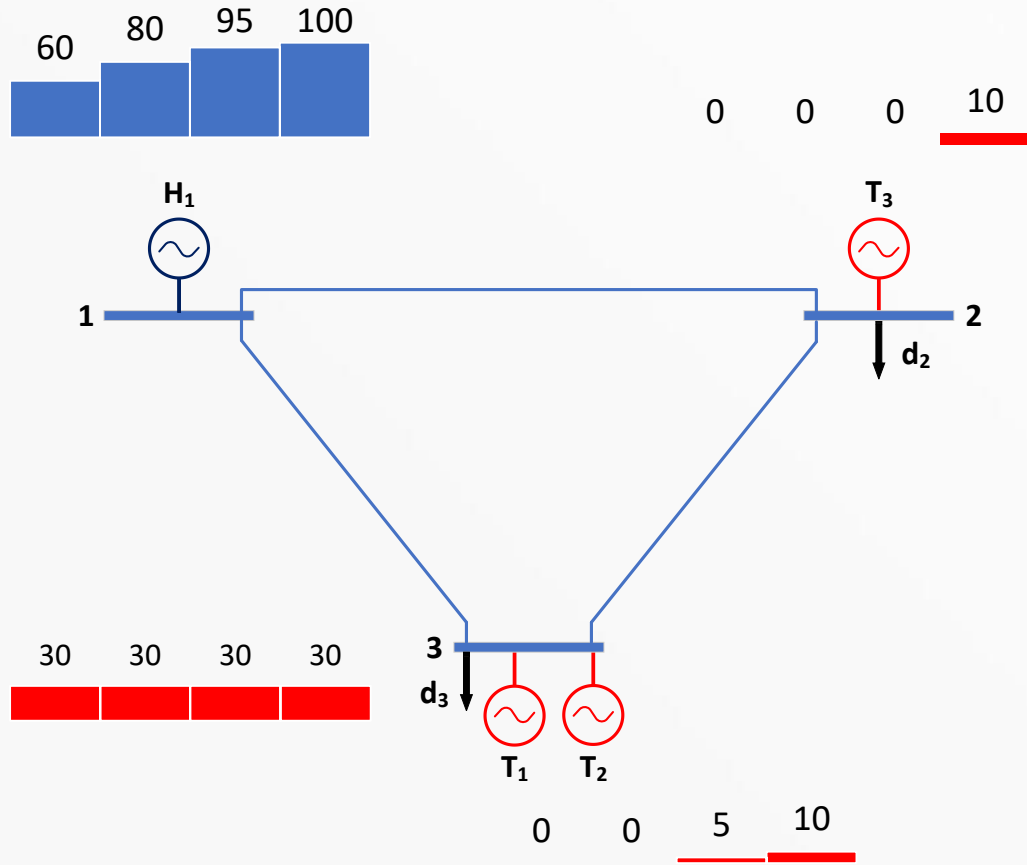
# Estudo de Caso I: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



# Estudo de Caso I: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



# Estudo de Caso I: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)





## Estudo de Caso I - Resumo

### Com rede

- **Geração hidrelétrica:** 83,75 MWm
- **Geração termelétrica:** 36,25 MWm
- **Volume final:** 3,1 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1.200
- **Custo futuro esperado:** R\$ 2.786,66
- **Custo total:** R\$ 3.986,66

### Sem rede

- **Geração hidrelétrica:** 77,5 MWm
- **Geração termelétrica:** 42,5 MWm
- **Volume final:** 3,7 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1.320
- **Custo futuro esperado:** R\$ 2.537
- **Custo total:** R\$ 3.857

O despacho no modelo sem rede tem custo total **3,26%**  
menor do que o despacho considerando a rede



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Estudo de Caso I: Obtenção do Custo Marginal de Curto Prazo

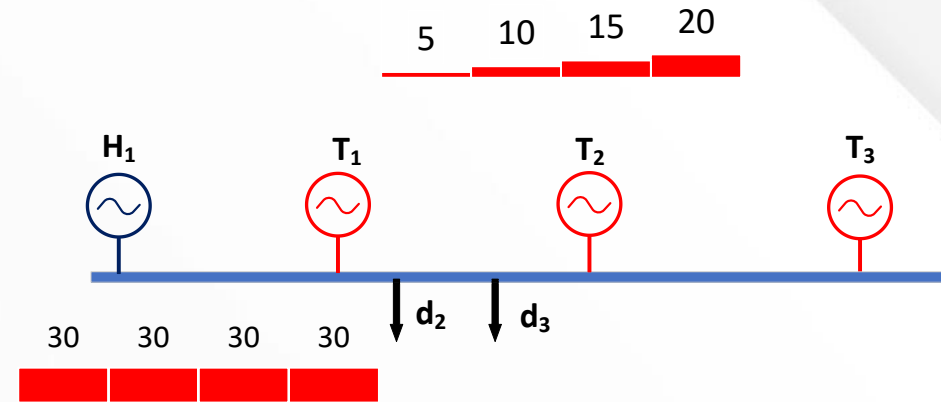
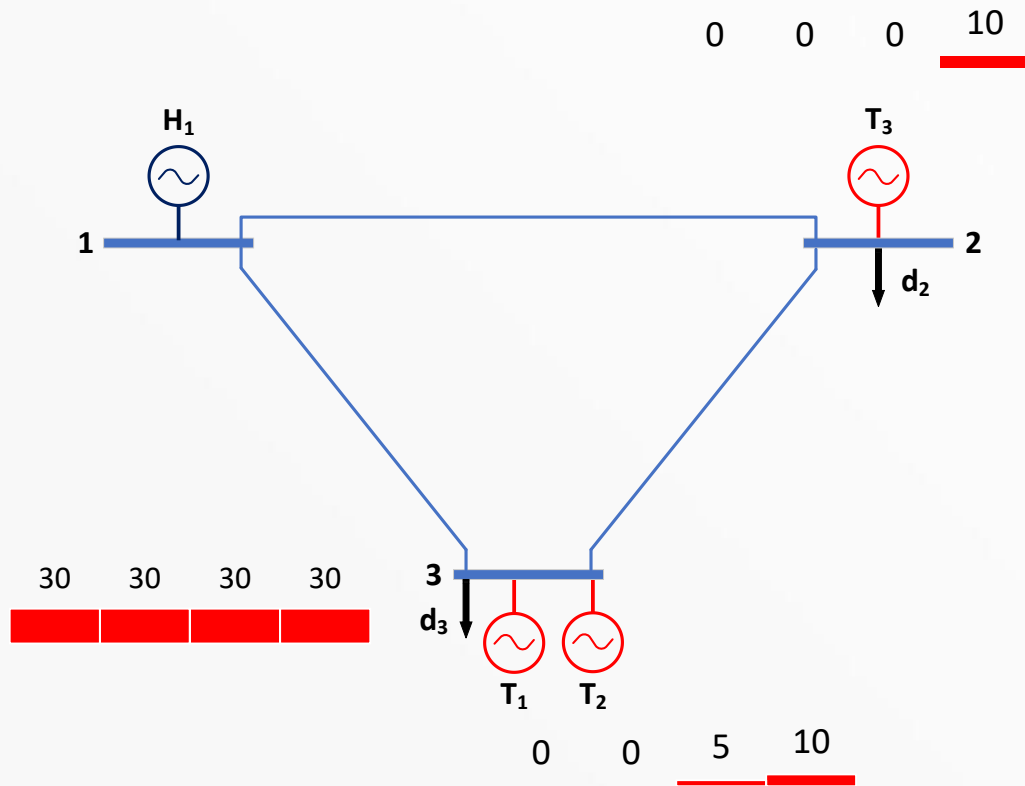
- Acabamos de encontrar um despacho para o próximo dia, mas como precificar o recurso energia elétrica?
- Uma possível estratégia é fixarmos as decisões de *commitment* (on/off) das termelétricas e resolvermos o problema de programação linear associado
- Dessa forma, “podemos usar” os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de balanço de potência como os custos marginais para cada estágio de tempo e barra



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



## Considerando as Modelagens da Rede



- $T_2$  tem despacho fixado em zero nos períodos 1 e 2
- $T_3$  tem despacho fixado em zero nos períodos 1, 2 e 3

- $T_3$  tem despacho fixado em zero em todos os períodos



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



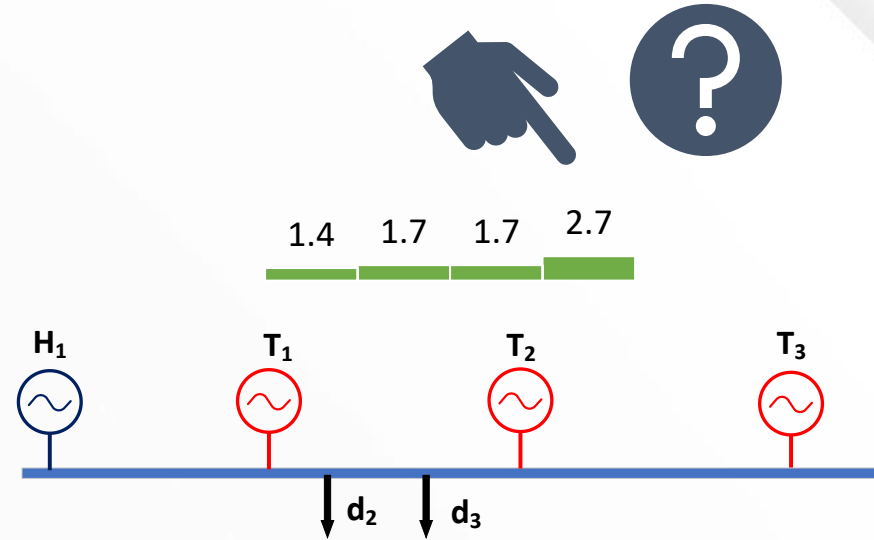
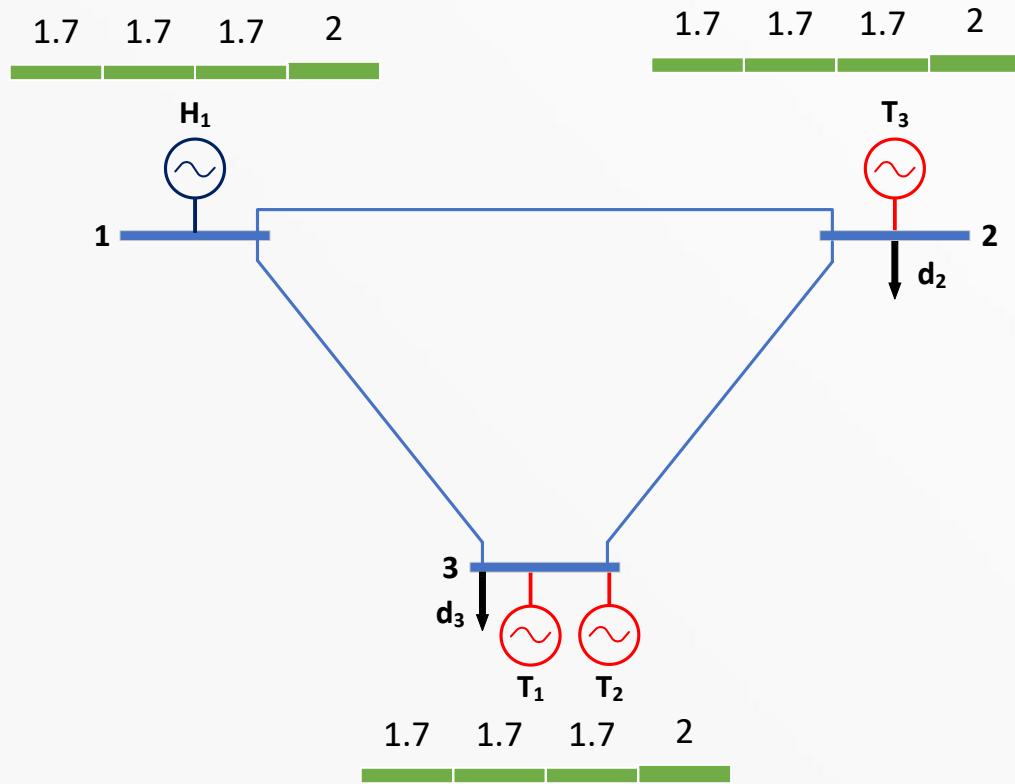
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE

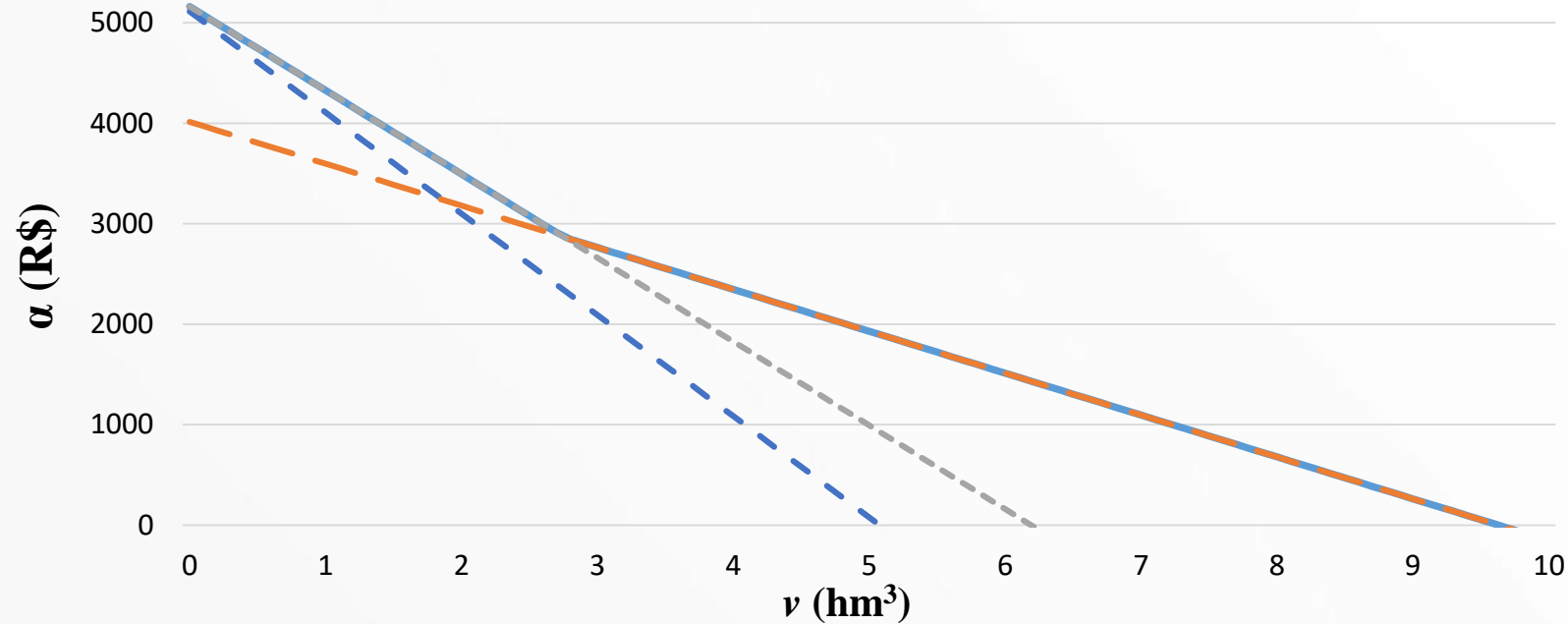


# Estudo de Caso I: Custos Marginais de Curto Prazo (R\$/MWh)



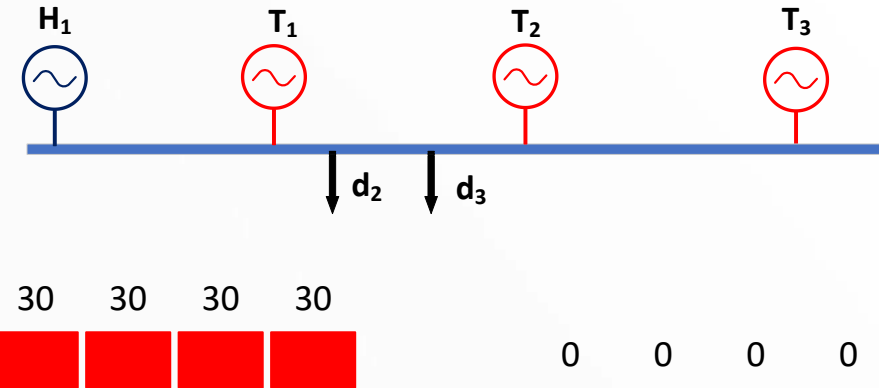
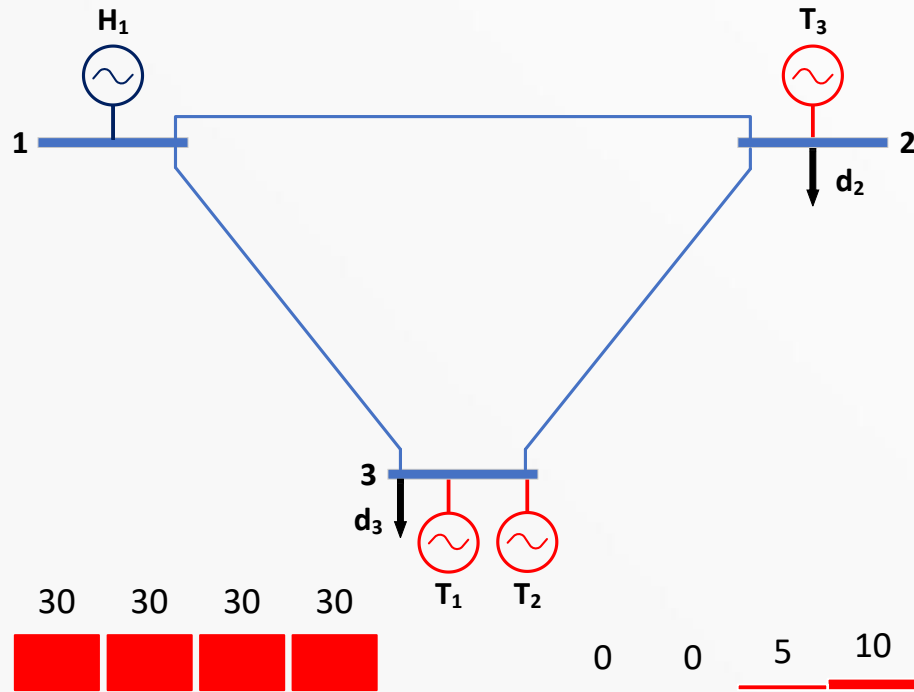
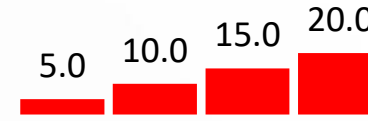
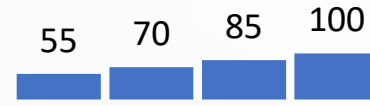
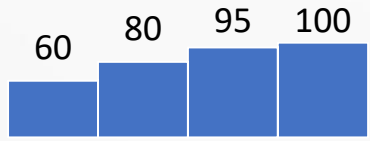
## Estudo de Caso II: Número reduzido de cortes da FCF

- Vamos manter os parâmetros do estudo de caso anterior e descartar o último corte da FCF

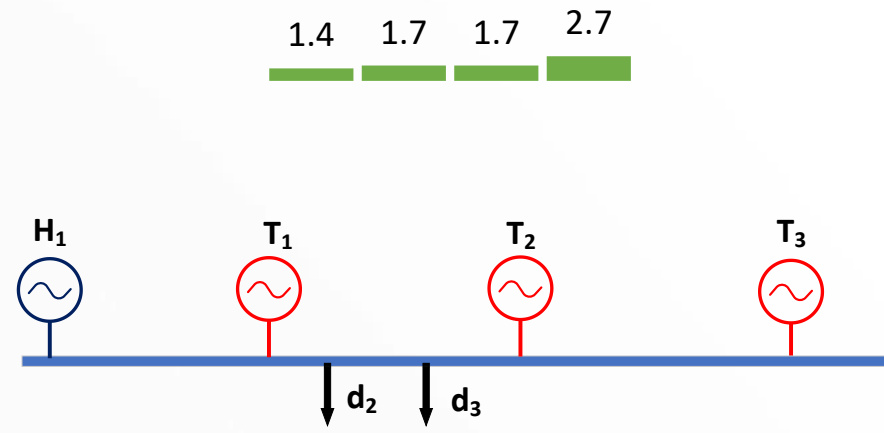
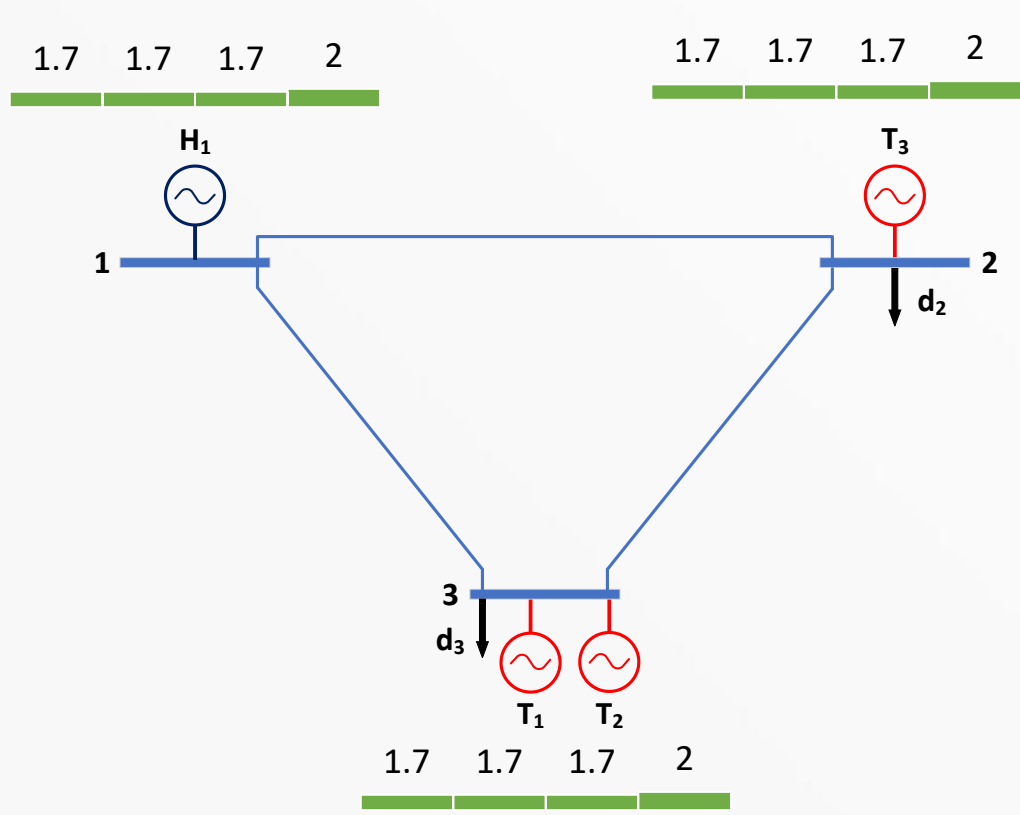


- O custo marginal futuro da água ( $\pi$ ) – R\$/hm<sup>3</sup> é agora **833,34** ou **416,67**. Em termos de geração hidrelétrica, **R\$3,3/MWh**, **R\$2,73/MWh**, **R\$1,66/MWh** ou **R\$1,36/MWh**, dependendo do turbinamento

# Estudo de Caso II: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



# Estudo de Caso II: Custos Marginais (R\$/MWh)



## Estudo de Caso II - Resumo

### Com rede

- Geração hidrelétrica: 71,88 MWm
- Geração termelétrica: 42,12 MWm
- Volume final: 3,1 hm<sup>3</sup>
- Custo imediato: R\$ 1.302
- Custo futuro esperado: R\$ 2.719,5
- Custo total: R\$ 3.919,5

### Sem rede

- Geração hidrelétrica: 77,5 MWm
- Geração termelétrica: 42,5 MWm
- Volume final: 3,7 hm<sup>3</sup>
- Custo imediato: R\$ 1.320
- Custo futuro esperado: R\$ 2.469,5
- Custo total: R\$ 3.789,5

O despacho no modelo sem rede tem custo total **3,3%**  
menor do que o despacho considerando a rede



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



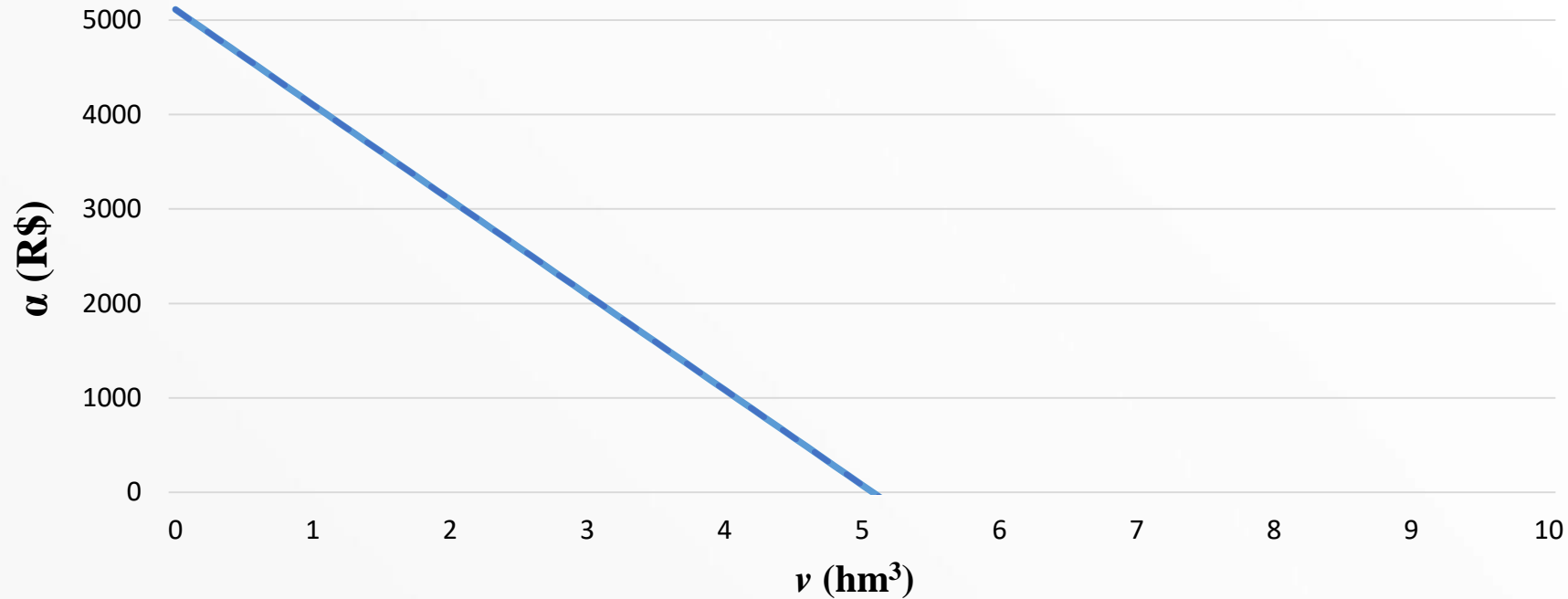
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE





## Estudo de Caso III: Número reduzido de cortes da FCF

- Vamos manter os parâmetros do estudo de caso anterior e usar somente um corte da FCF



- O custo marginal futuro da água ( $\pi$ ) – R\$/ $\text{hm}^3$  é agora **1.006,94 R\$/ $\text{hm}^3$**  ou, em termos de geração hidrelétrica, **R\$4,03/MWh** ou **R\$3,29/MWh**, dependendo do turbinamento



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



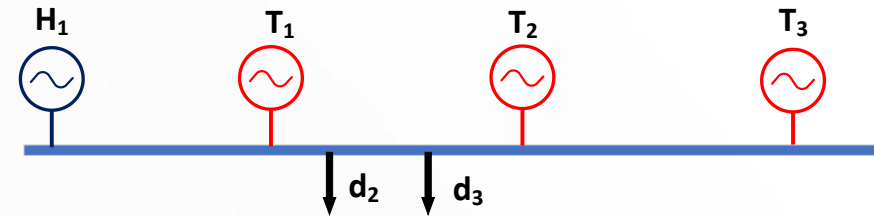
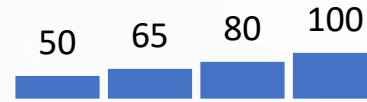
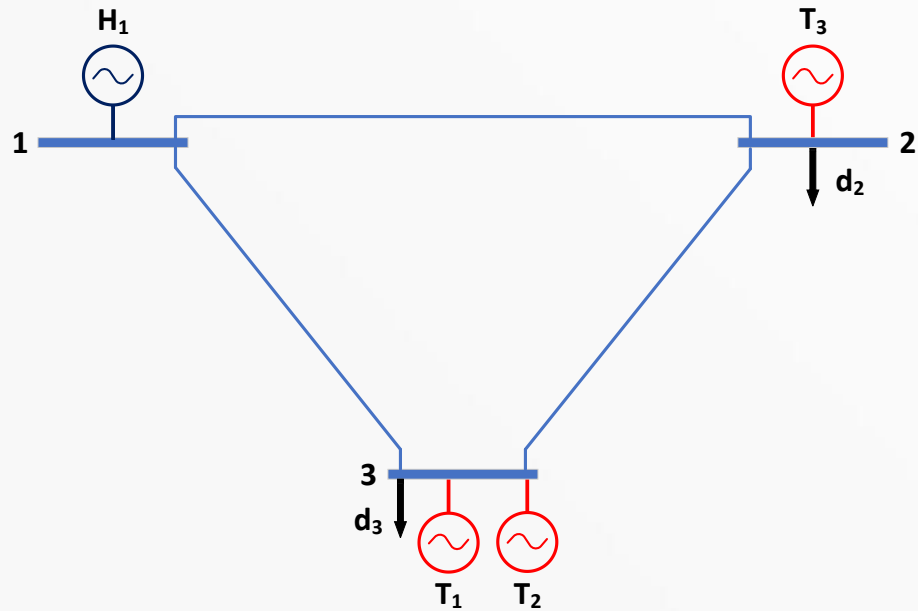
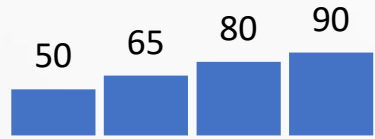
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Estudo de Caso III: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



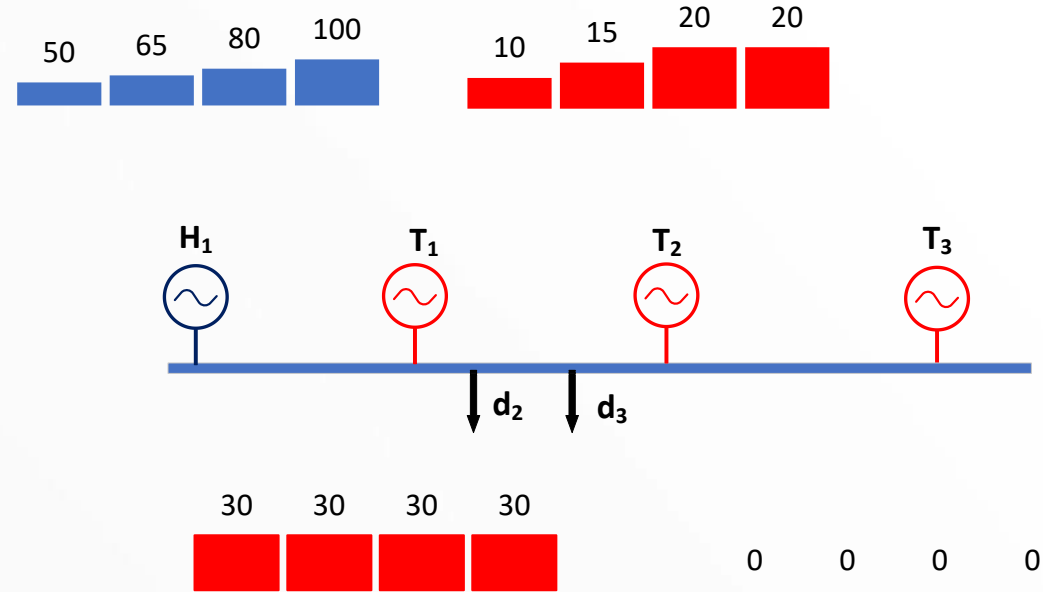
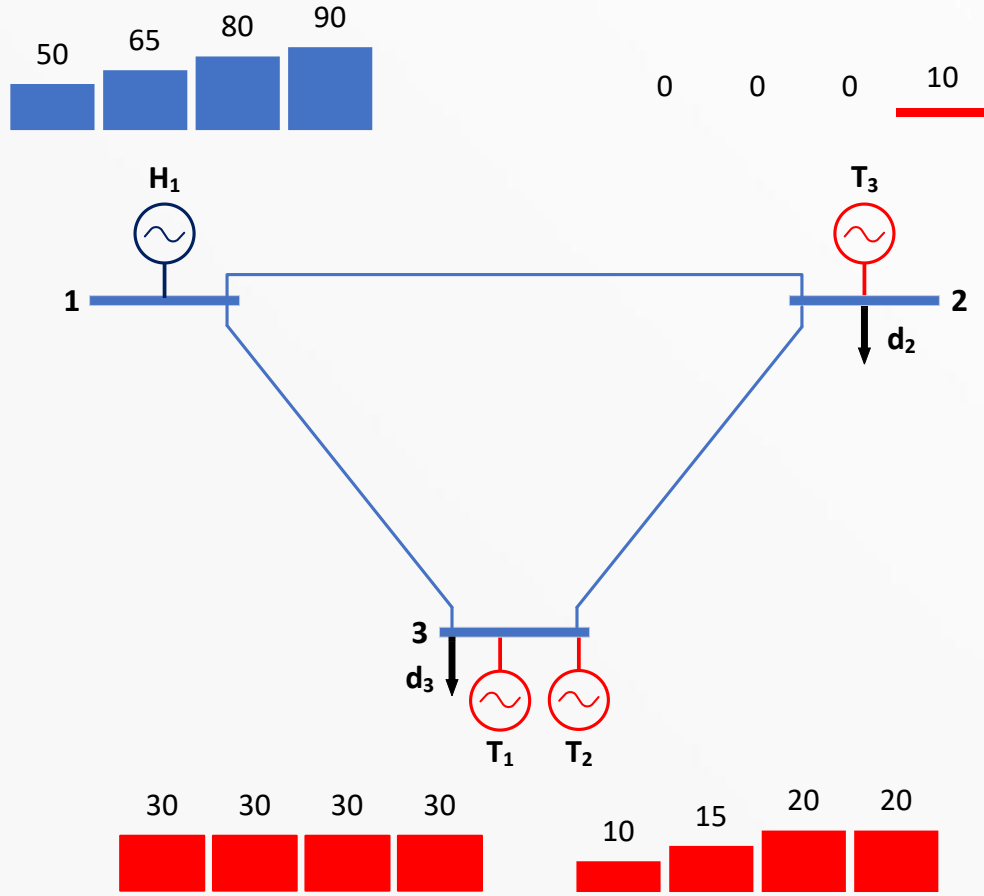
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



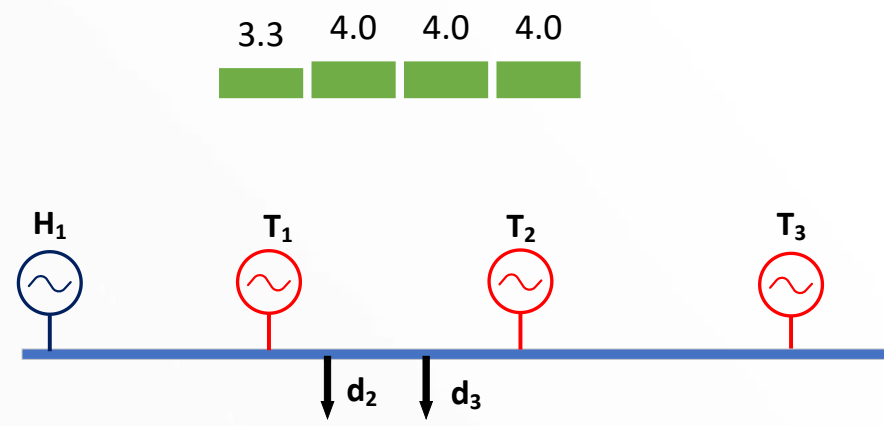
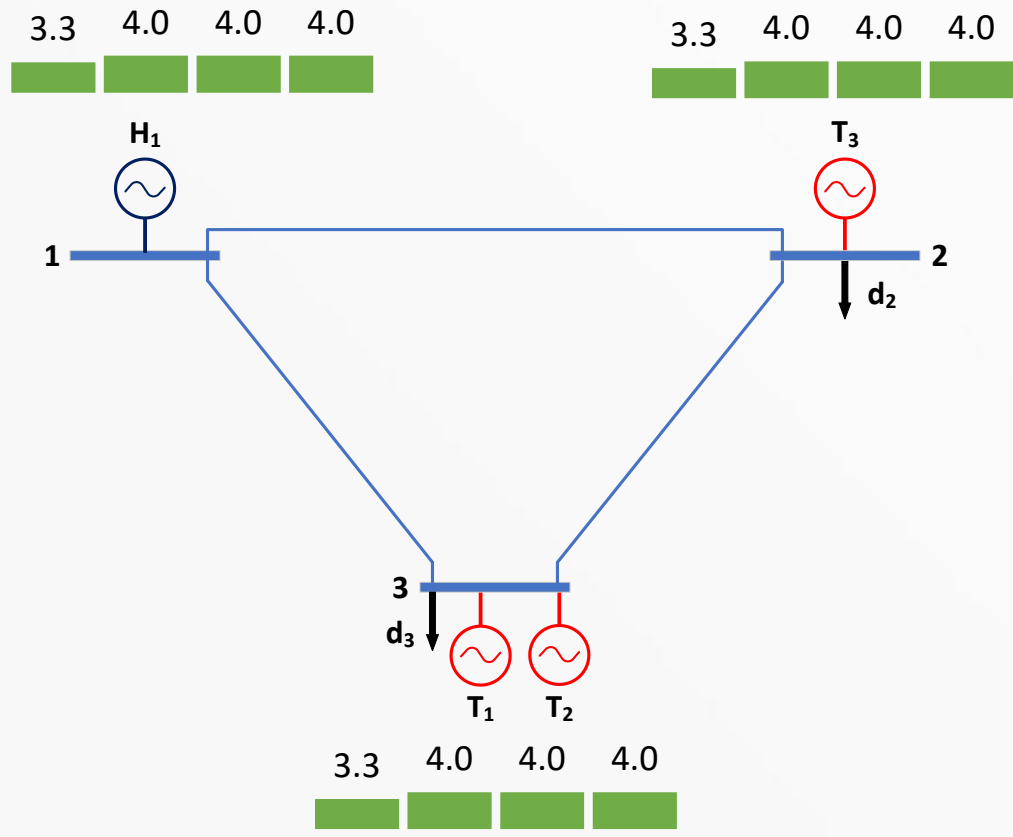
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



# Estudo de Caso III: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



# Estudo de Caso III: Custos Marginais de Curto Prazo (R\$/MWh)



## Estudo de Caso III - Resumo

### Com rede

- **Geração hidrelétrica:** 71 MWm
- **Geração termelétrica:** 49 MWm
- **Volume final:** 4,3 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1.800
- **Custo futuro esperado:** R\$ 800
- **Custo total:** R\$ 2.600

### Sem rede

- **Geração hidrelétrica:** 73,7 MWm
- **Geração termelétrica:** 46,3 MWm
- **Volume final:** 4 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1,500
- **Custo futuro esperado:** R\$ 1.041,8
- **Custo total:** R\$ 2.541,8

O modelo sem rede apresenta custo total **2,2%** que o modelo com rede.



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



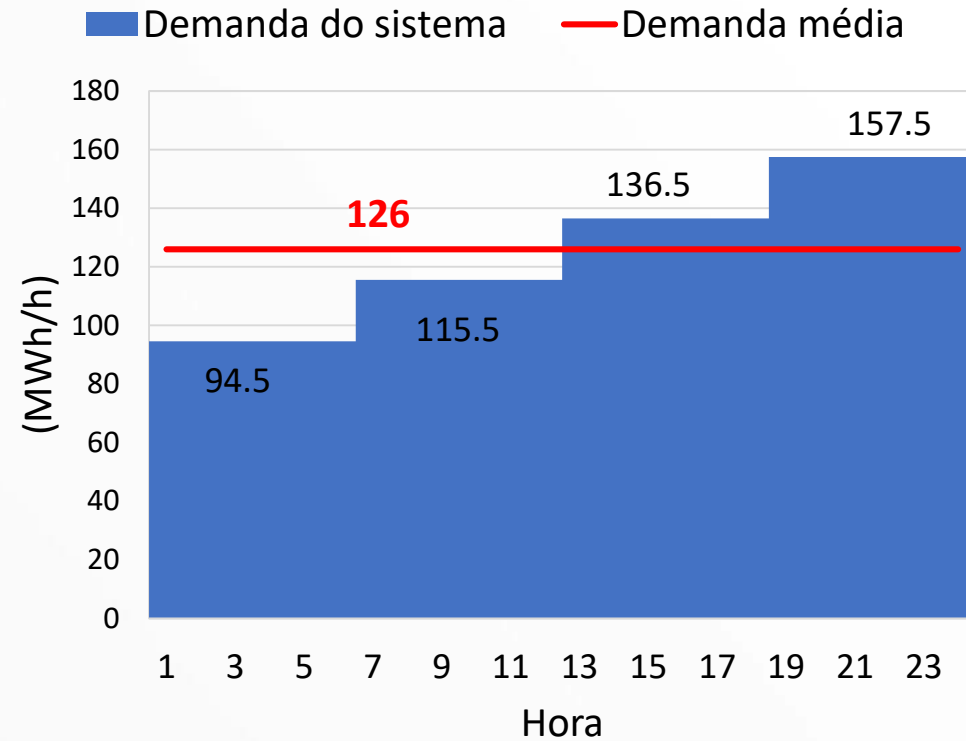
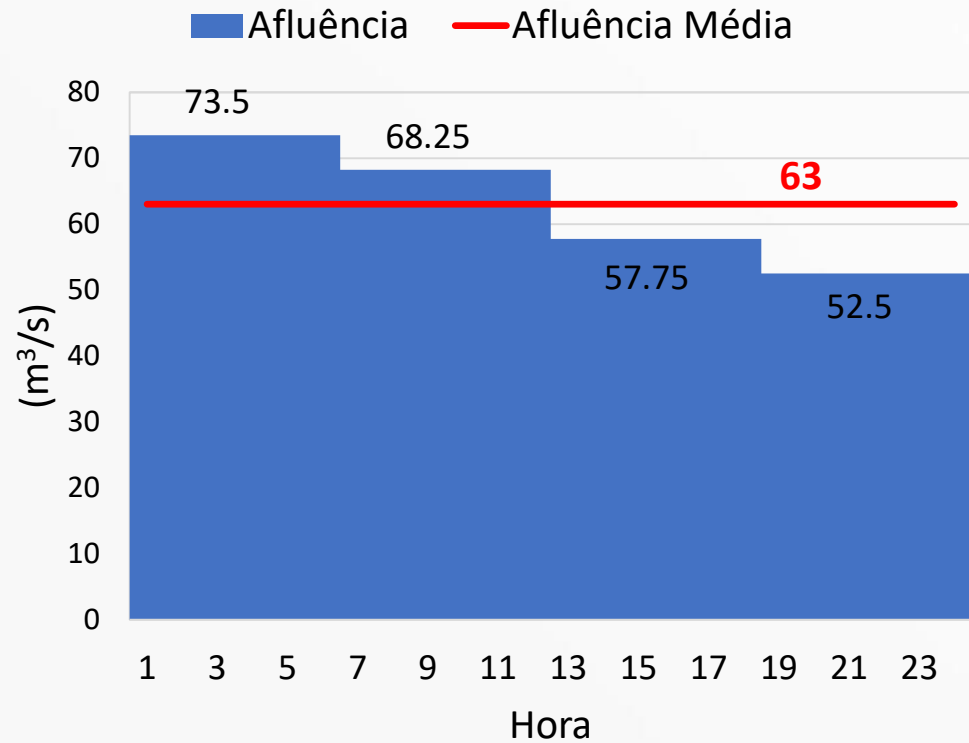
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



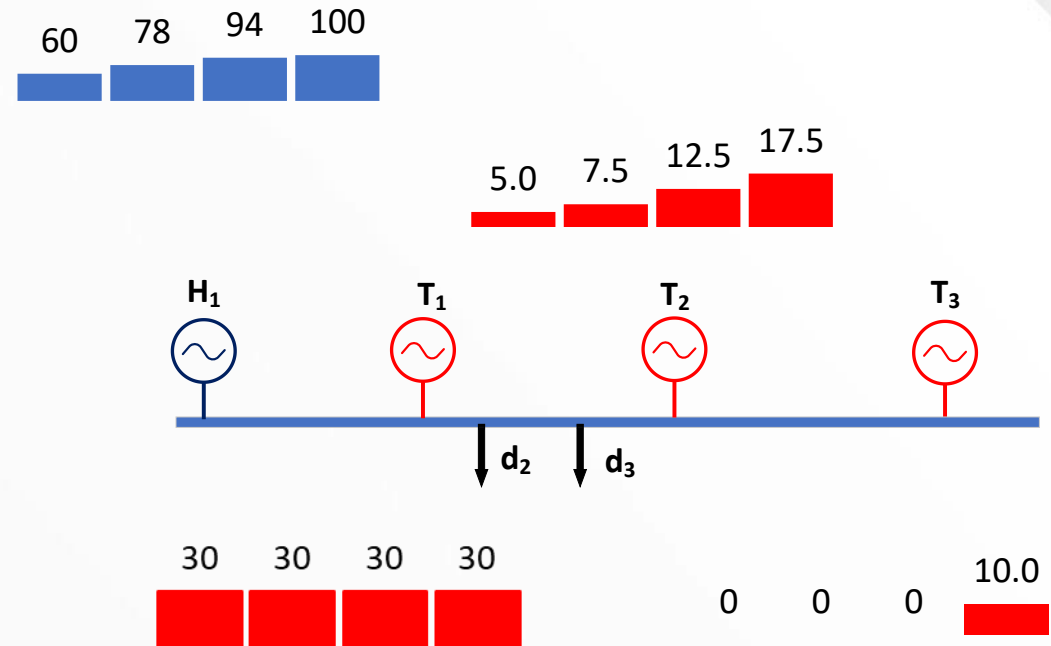
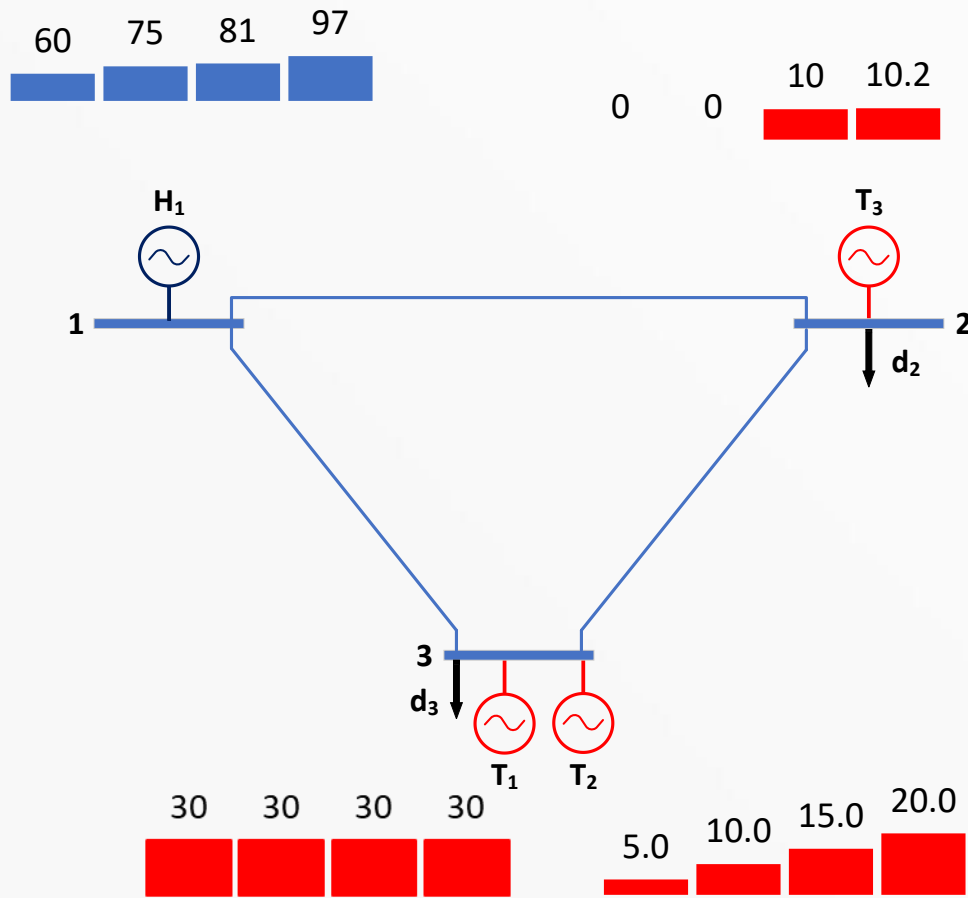
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



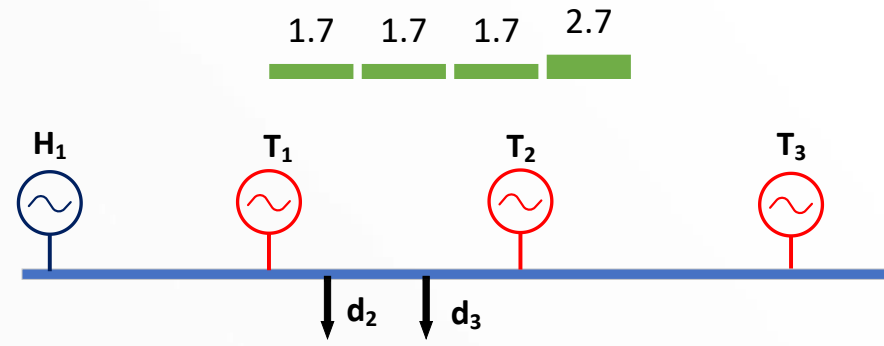
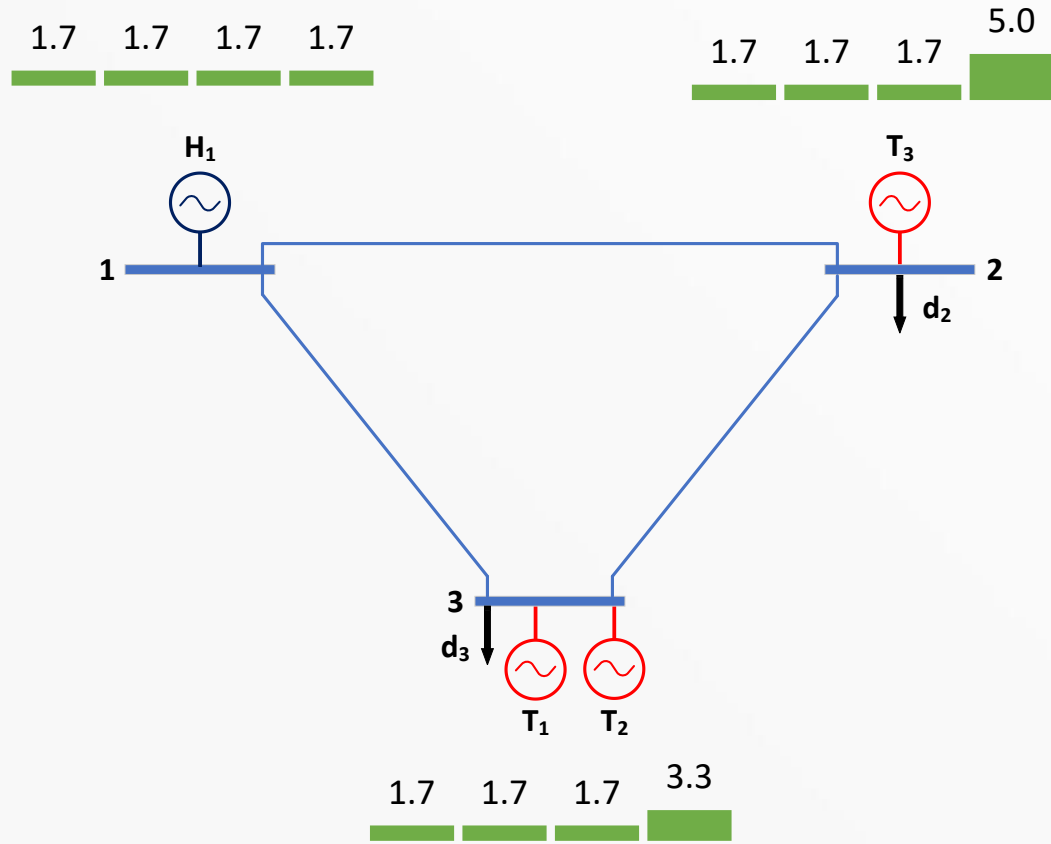
## Estudo de Caso IV: Afluências e demandas 5% acima do previsto



# Estudo de Caso IV: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



# Estudo de Caso IV: Custos Marginais (R\$/MWh)





## Estudo de Caso IV - Resumo

### Com rede

- **Geração hidrelétrica:** 78,44 MWm
- **Geração termelétrica:** 47,56 MWm
- **Volume final:** 3,8 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1.927,5
- **Custo futuro esperado:** R\$ 2.466,15
- **Custo total:** R\$ 4.393,65

### Sem rede

- **Geração hidrelétrica:** 82,88 MWm
- **Geração termelétrica:** 43,12 MWm
- **Volume final:** 3,4 hm<sup>3</sup>
- **Custo imediato:** R\$ 1.530
- **Custo futuro esperado:** R\$ 2.643,65
- **Custo total:** R\$ 4.173,65

O despacho no modelo sem rede tem custo total **5%** menor do que o despacho considerando a rede



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



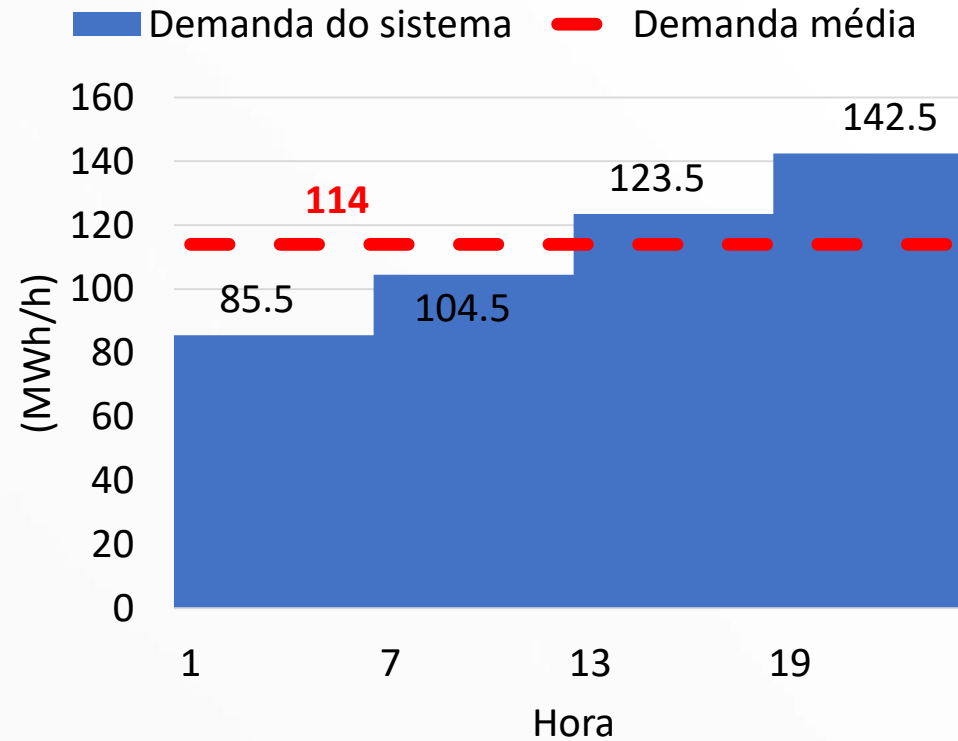
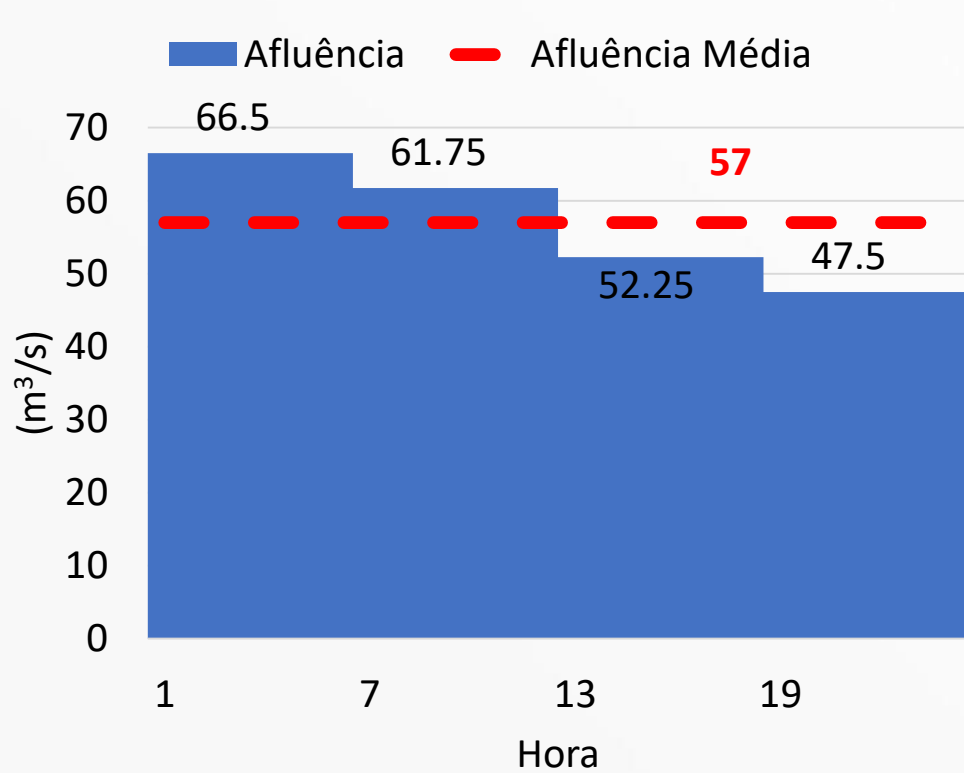
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



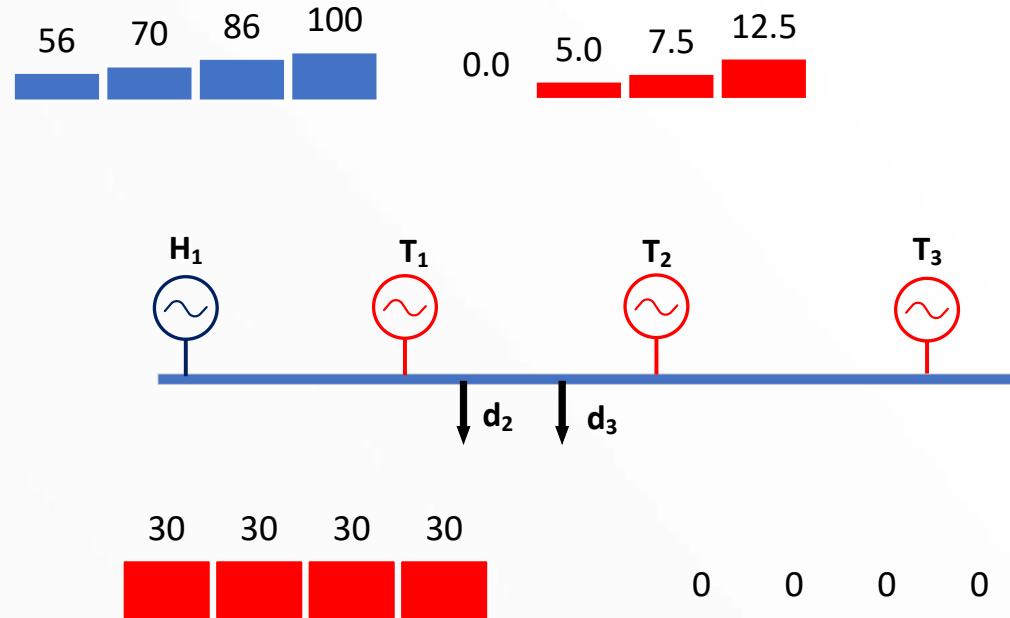
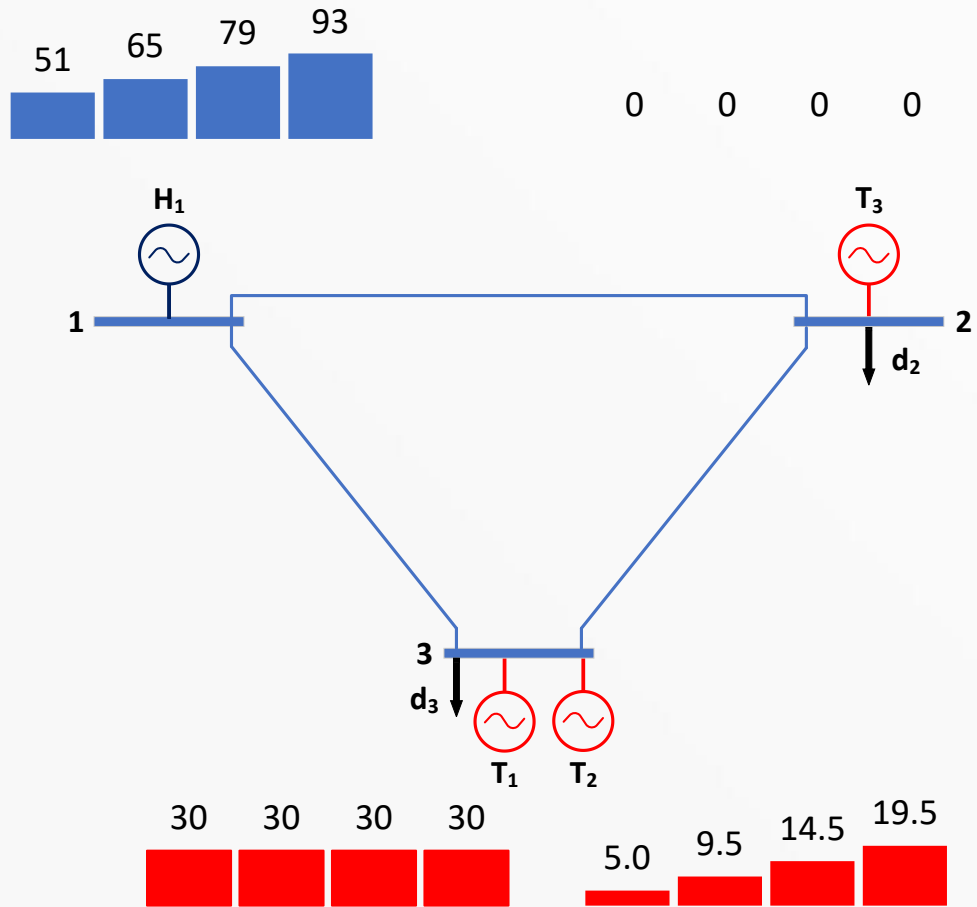
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



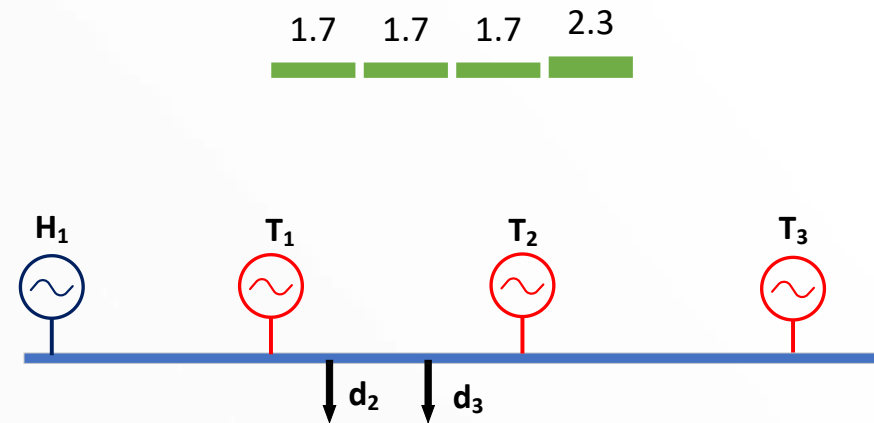
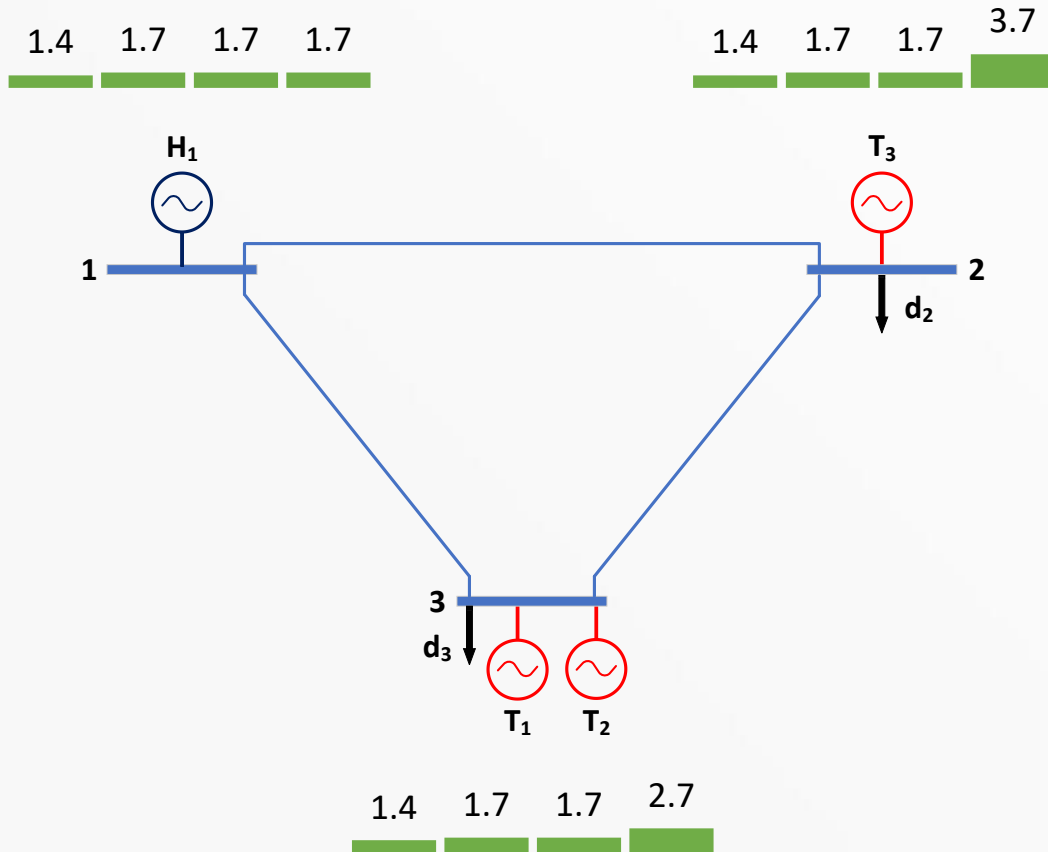
## Estudo de Caso V: Afluências e Demandas 5% abaixo do previsto



# Estudo de Caso V: Geração ao Longo dos Estágios (MWm)



## Estudo de Caso V: Custos Marginais (R\$/MWh)



## Estudo de Caso V - Resumo

### Com rede

- Geração hidrelétrica: 71,88 MWm
- Geração termelétrica: 42,12 MWm
- Volume final: 3,9 hm<sup>3</sup>
- Custo imediato: R\$ 1.302
- Custo futuro esperado: R\$ 2.427,8
- Custo total: R\$ 3.729,8

### Sem rede

- Geração hidrelétrica: 77,75 MWm
- Geração termelétrica: 36,25 MWm
- Volume final: 3,4 hm<sup>3</sup>
- Custo imediato: R\$ 1.020
- Custo futuro esperado: R\$ 2.654,6
- Custo total: R\$ 3.674,6

O despacho no modelo sem rede tem custo total **1,48%**  
menor do que o despacho considerando a rede



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

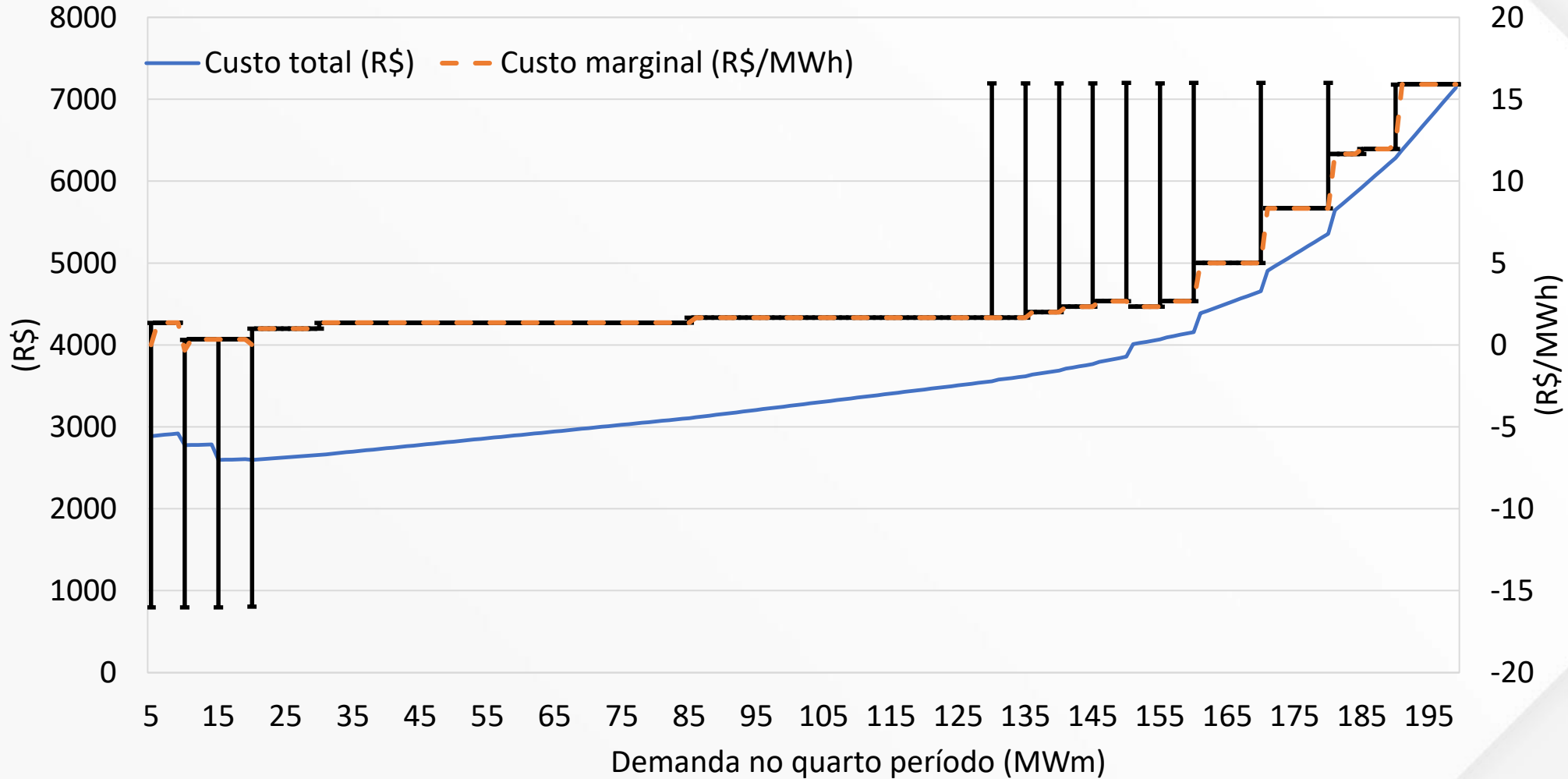


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



# APÊNDICE

## Estudo de Caso I: Custos Total e Marginal como Funções da Demanda no Período 4



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



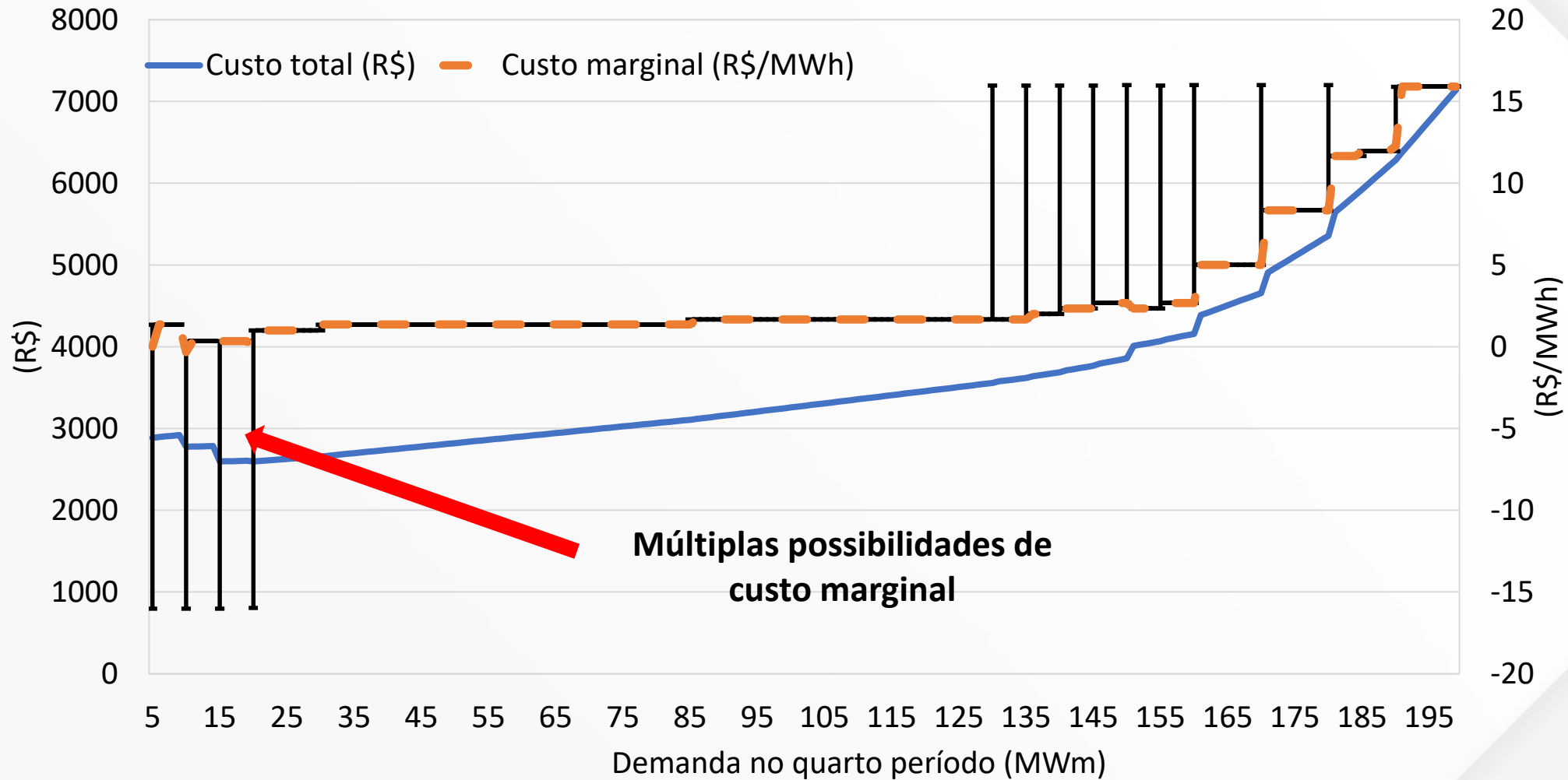
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



## Estudo de Caso I: Custos Total e Marginal como Funções da Demanda no Período 4



LabPlan  
Laboratório de Planejamento  
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

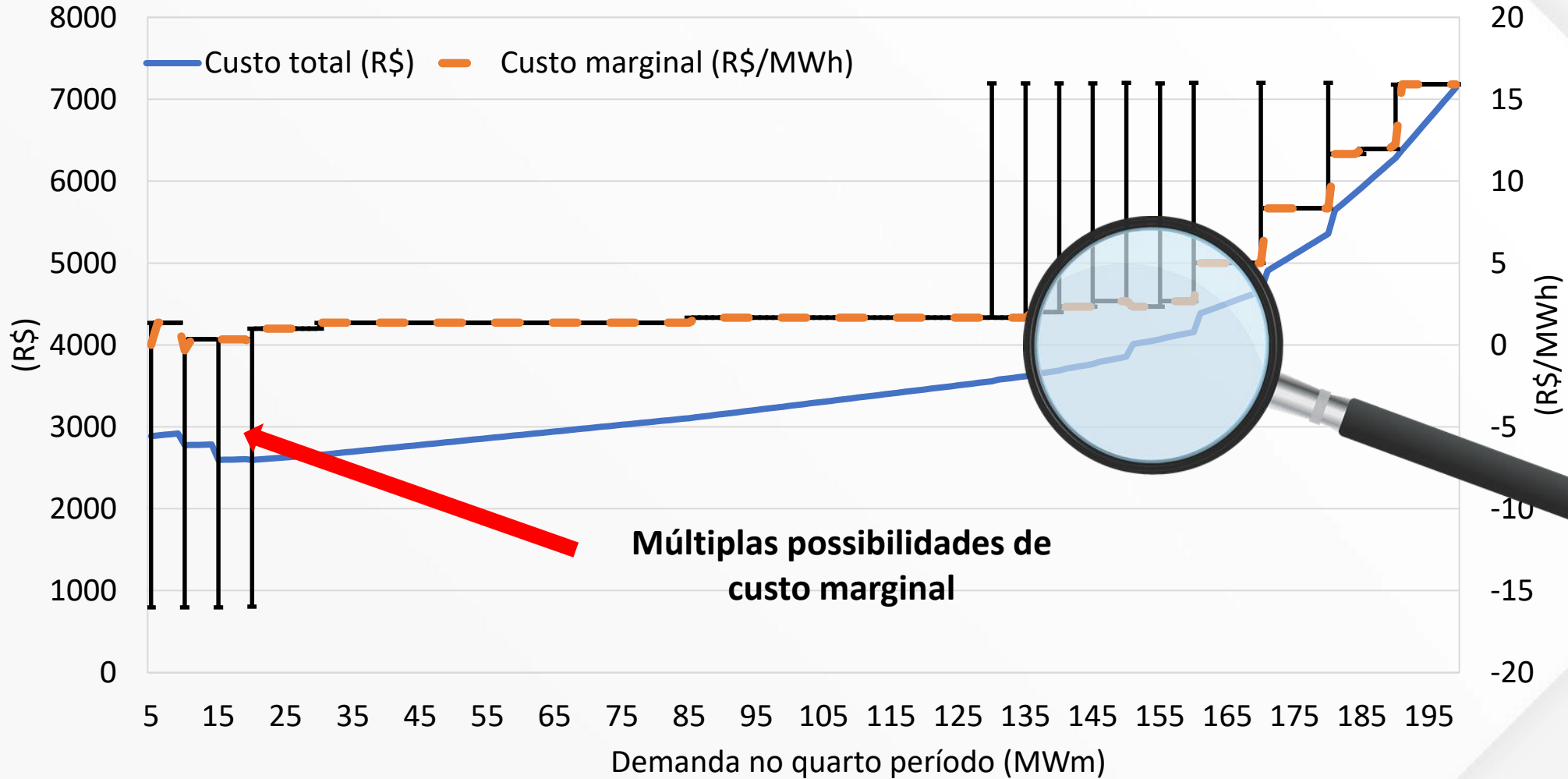


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE

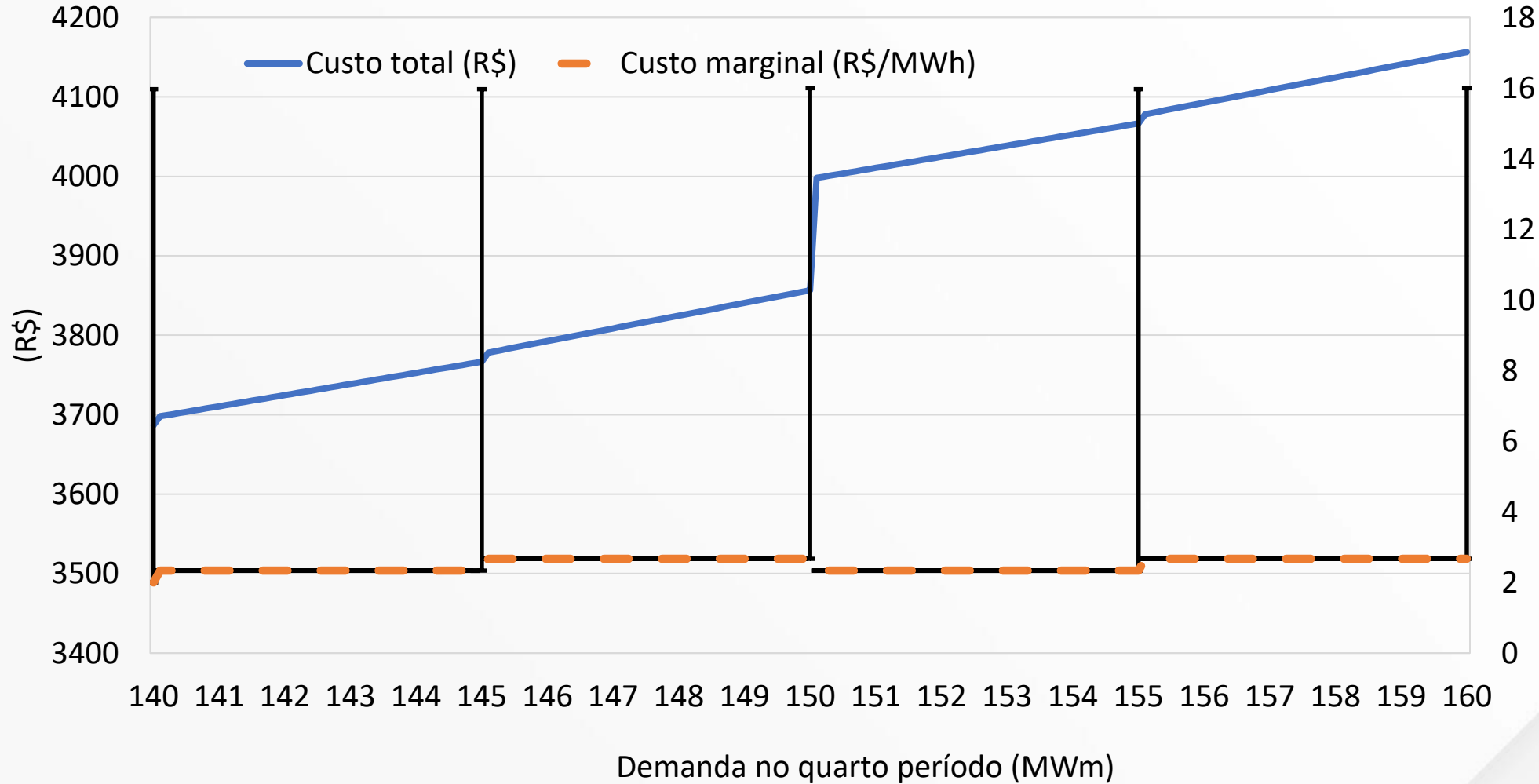




## Estudo de Caso I: Custos Total e Marginal como Funções da Demanda no Período 4



## Estudo de Caso I: Custos Total e Marginal como Funções da Demanda no Período 4



## Estudo de Caso I: Custos Total e Marginal como Funções da Demanda no Período 4

