

Aspectos Práticos de Decisão sob Incerteza e Otimização Estocástica

Paulo Vitor Larroyd



Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo (**o mestre cervejeiro**) vai comercializar sua cerveja em uma feira no próximo mês e suas opções de produção são:



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Norus

Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo (**o mestre cervejeiro**) vai comercializar sua cerveja em uma feira no próximo mês e suas opções de produção são:

a. Processo Semi Industrial



Custo por litro: R\$ 4,00

Produção mensal:
Volume mínimo: 50 l
Volume máximo: 500 l



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo (**o mestre cervejeiro**) vai comercializar sua cerveja em uma feira no próximo mês e suas opções de produção são:

a. Processo Semi Industrial



Custo por litro: R\$ 4,00

Produção mensal:
Volume mínimo: 50 l
Volume máximo: 500 l

b. Processo Artesanal



Custo por litro: R\$ 7,00

Produção mensal:
Volume mínimo: 10 l
Volume máximo: 100 l



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Norus

Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo (**o mestre cervejeiro**) vai comercializar sua cerveja em uma feira no próximo mês e suas opções de produção são:

a. Processo Semi Industrial



Custo por litro: R\$ 4,00

Produção mensal:
Volume mínimo: 50 l
Volume máximo: 500 l

b. Processo Artesanal



Custo por litro: R\$ 7,00

Produção mensal:
Volume mínimo: 10 l
Volume máximo: 100 l

c. Complementação Externa



Custo por litro: R\$ 9,00

Compra na feira:
Volume mínimo: 100 l
Volume máximo: 1.000 l



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Problema do Mestre Cervejeiro

- O armazenamento máximo do Guglielmo é de 1.000 litros, sendo que há 50 litros em estoque. Além disso, a produção de um mês fica pronta para ser comercializada no mês seguinte



Problema do Mestre Cervejeiro

- O armazenamento máximo do Guglielmo é de 1.000 litros, sendo que há 50 litros em estoque. Além disso, a produção de um mês fica pronta para ser comercializada no mês seguinte
- O organizador da feira estipulou um preço fixo de R\$ 15 por litro aos expositores e estima dois cenários equiprováveis para o consumo da cerveja de Guglielmo:



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



Problema do Mestre Cervejeiro

- O armazenamento máximo do Guglielmo é de 1.000 litros, sendo que há 50 litros em estoque. Além disso, a produção de um mês fica pronta para ser comercializada no mês seguinte
- O organizador da feira estipulou um preço fixo de R\$ 15 por litro aos expositores e estima dois cenários equiprováveis para o consumo da cerveja de Guglielmo:



- Quanto Guglielmo deverá produzir?



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



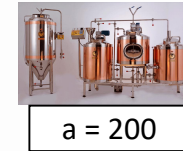
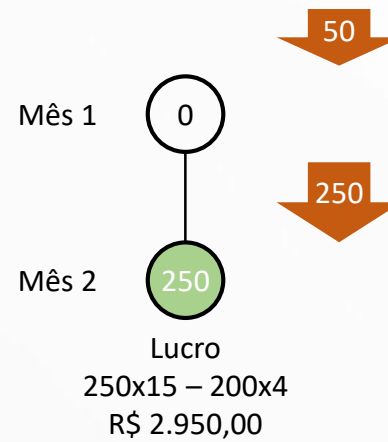
Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250/)



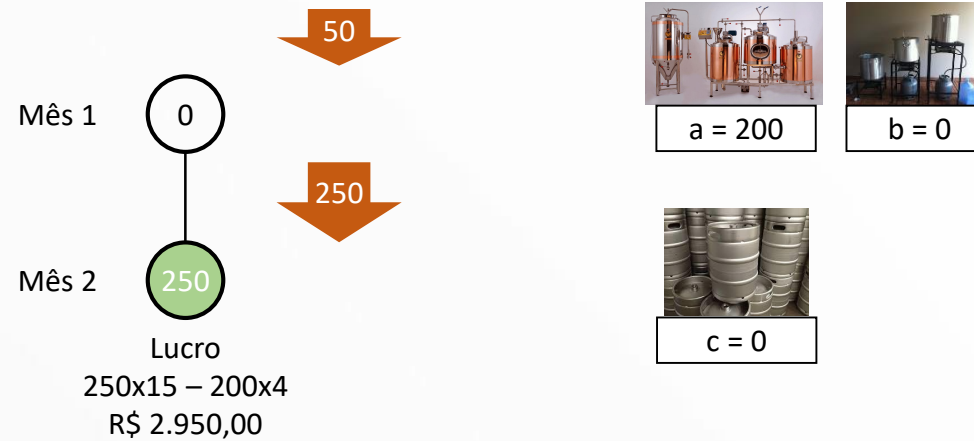
Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250/)

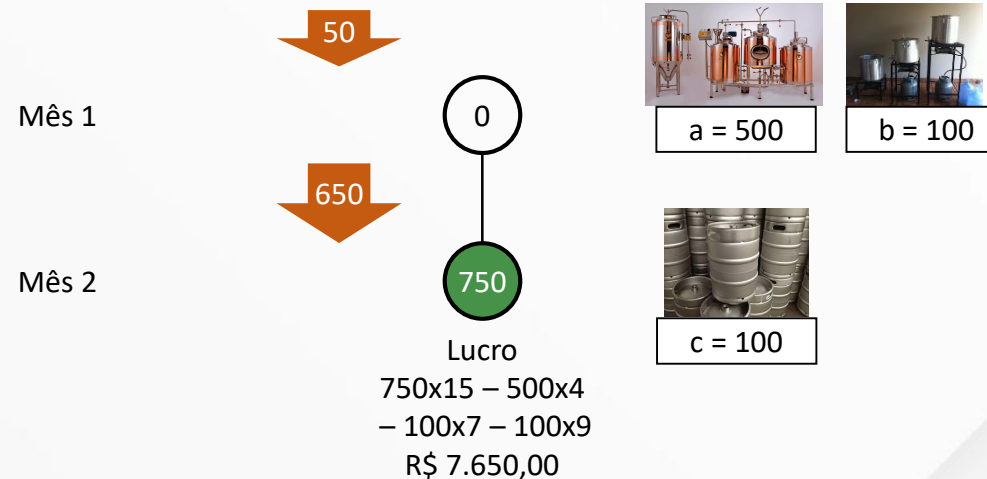


Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250l)

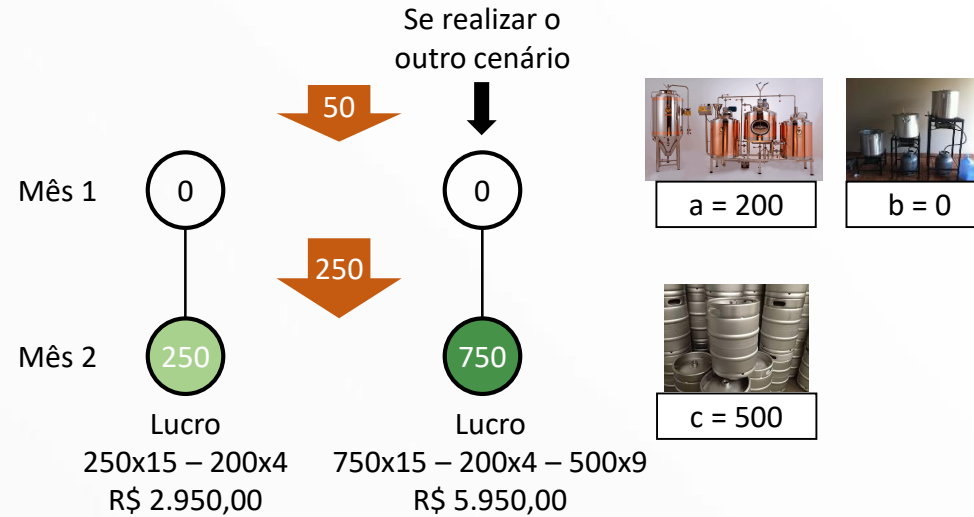


- Melhor Decisão para o Cenário 2
Consumo Alto (750l)

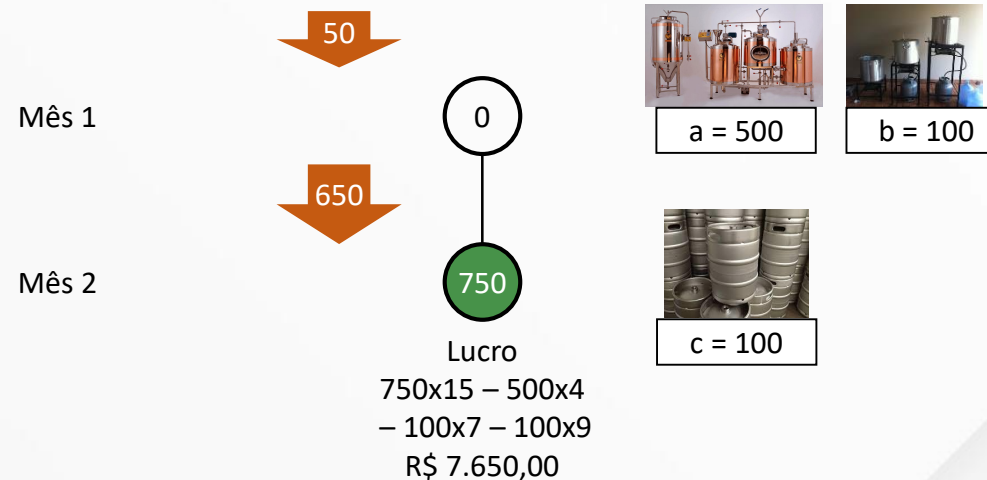


Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250l)

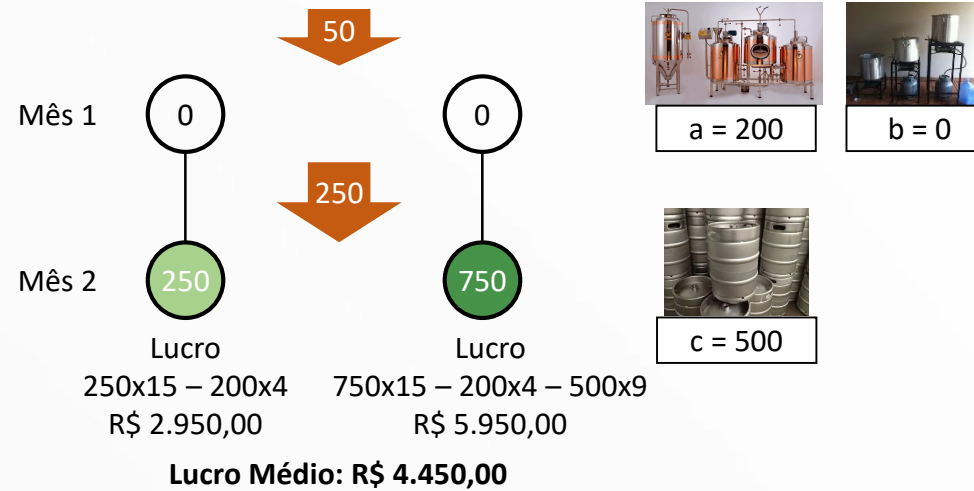


- Melhor Decisão para o Cenário 2
Consumo Alto (750l)

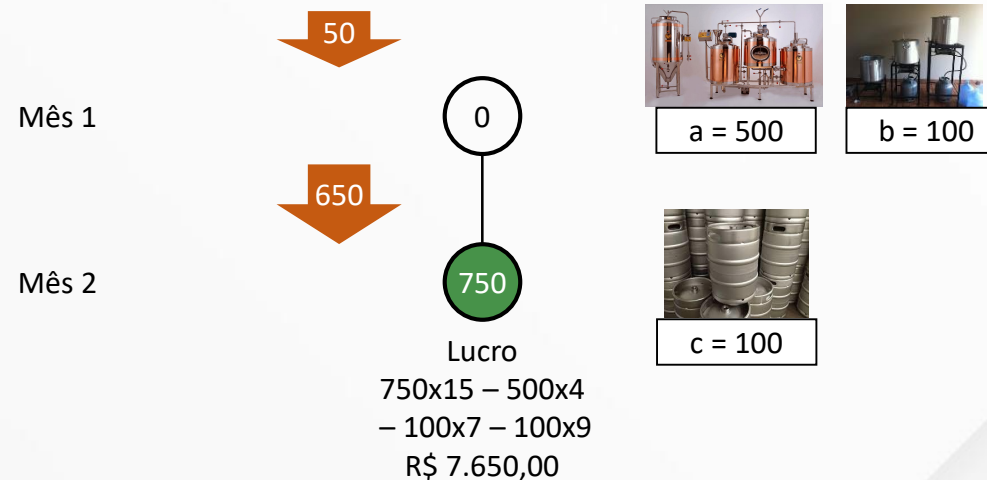


Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250l)

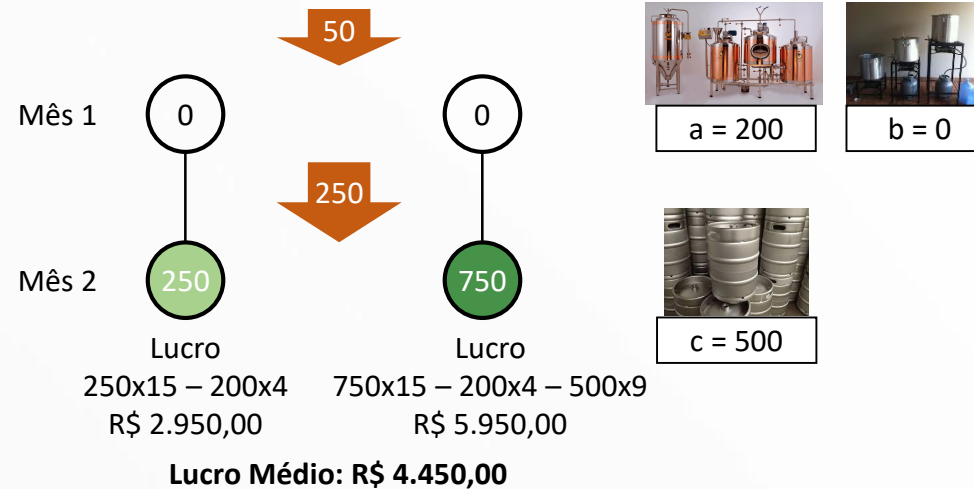


- Melhor Decisão para o Cenário 2
Consumo Alto (750l)

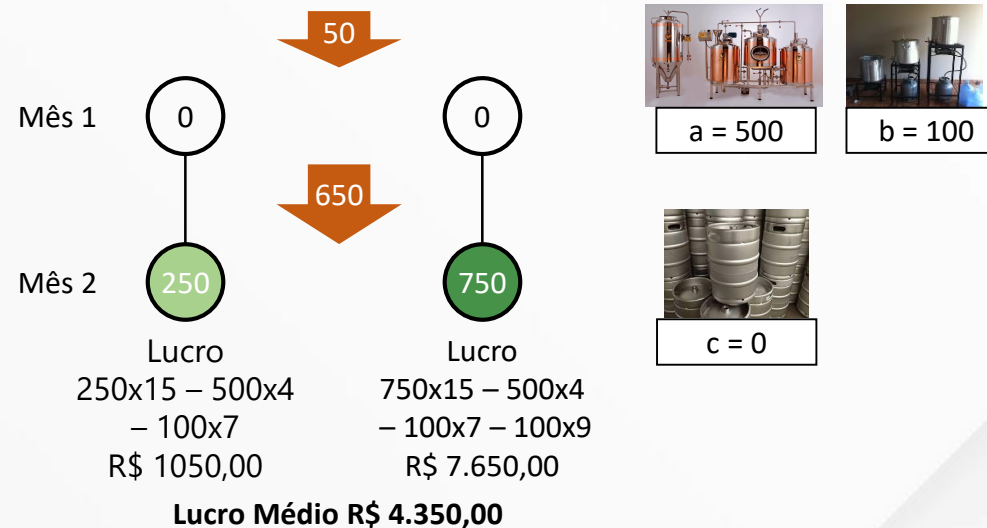


Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão para o Cenário 1
Consumo Baixo (250l)

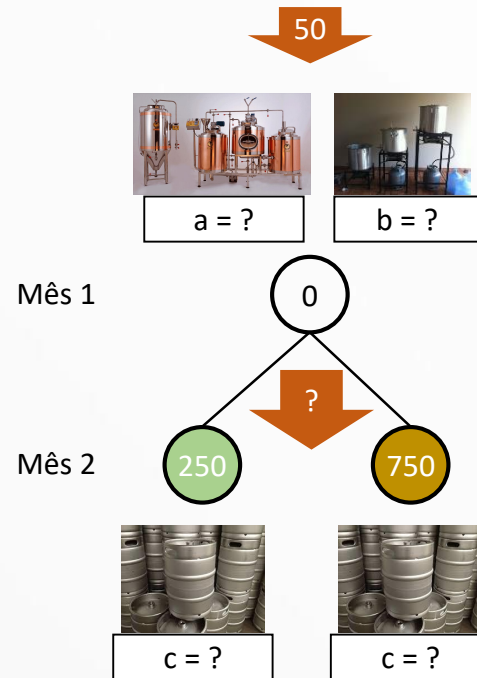


- Melhor Decisão para o Cenário 2
Consumo Alto (750l)



Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão Visando Ambos os Cenários (Otimização Estocástica)

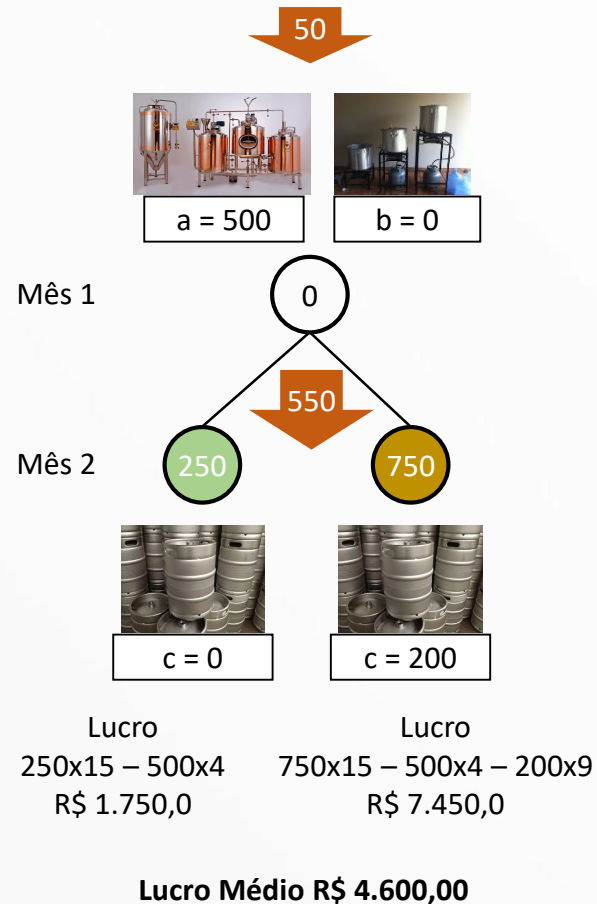


LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



Problema do Mestre Cervejeiro

- Melhor Decisão Visando Ambos os Cenários (Otimização Estocástica)



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

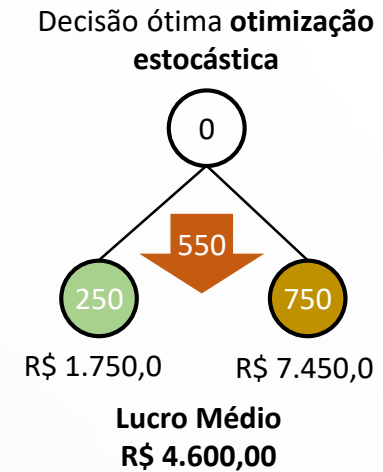
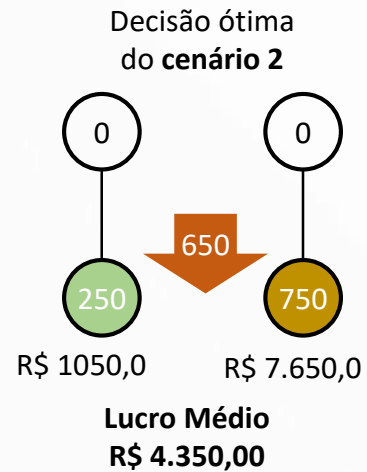
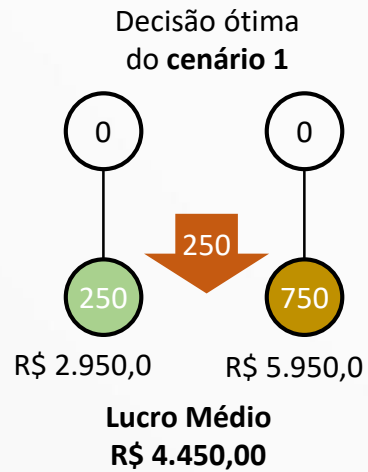


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



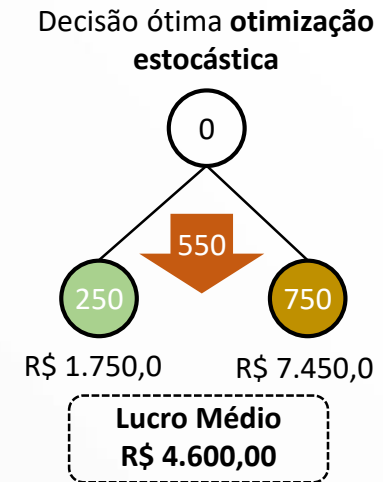
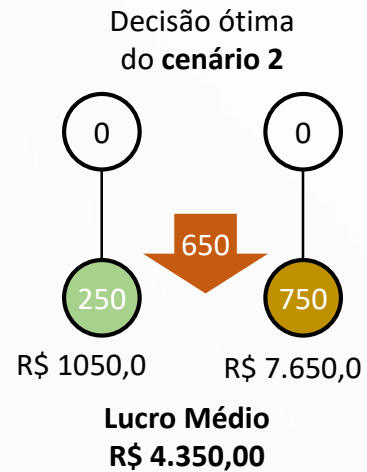
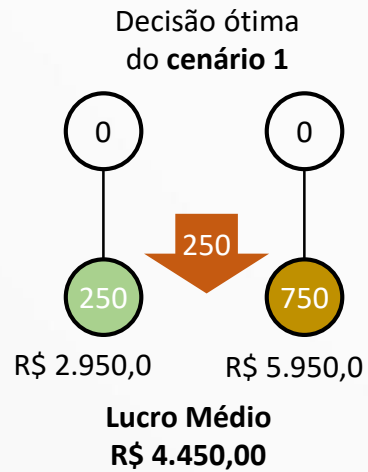
Problema do Mestre Cervejeiro

- Comparação



Problema do Mestre Cervejeiro

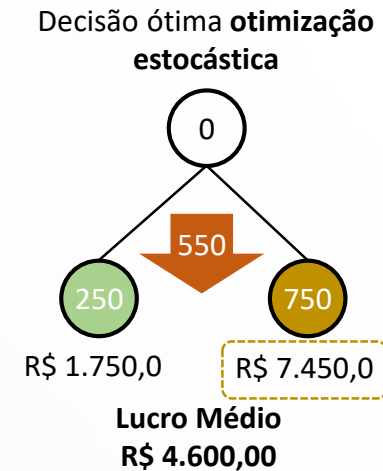
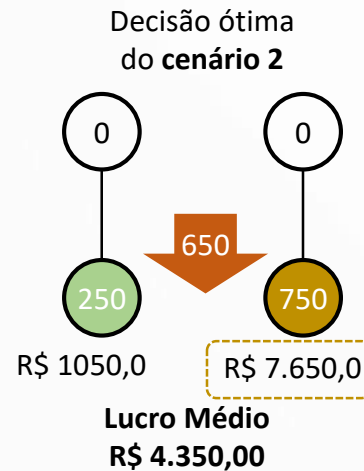
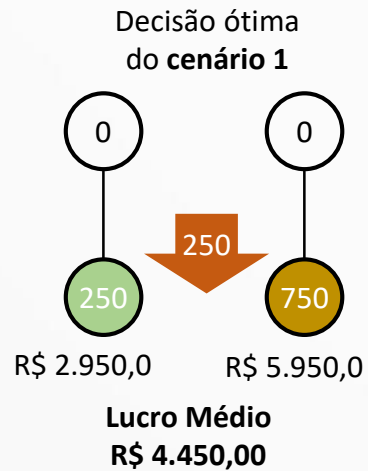
- Comparação



Maior lucro médio a ser obtido

Problema do Mestre Cervejeiro

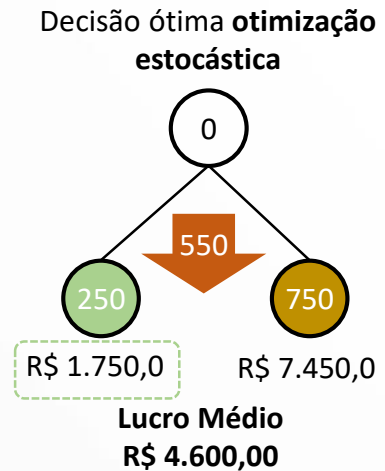
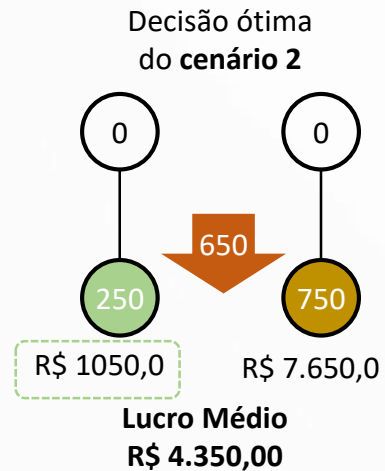
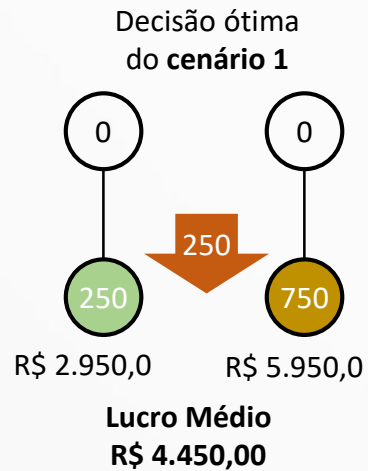
- Comparação



Na realização do **melhor cenário** o lucro é próximo ao provido pela melhor decisão daquele cenário

Problema do Mestre Cervejeiro

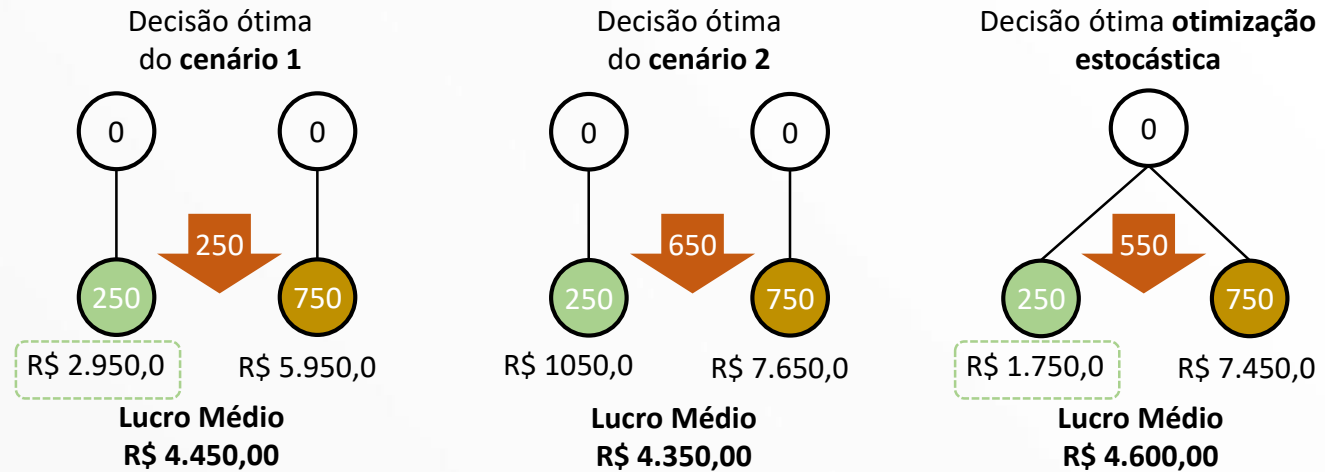
- Comparação



Na realização do **pior cenário** o lucro é substancialmente maior que o menor lucro obtido

Problema do Mestre Cervejeiro

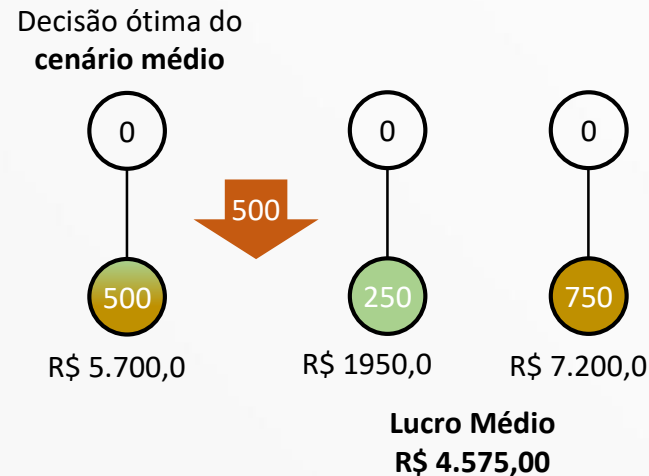
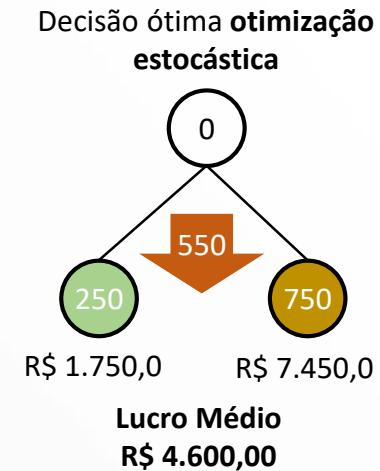
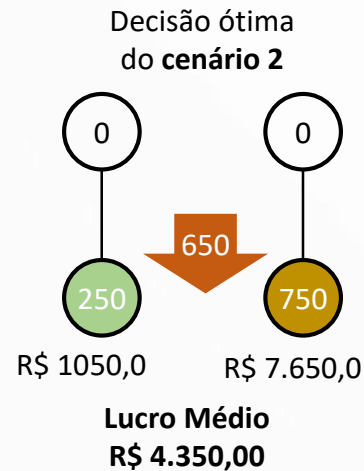
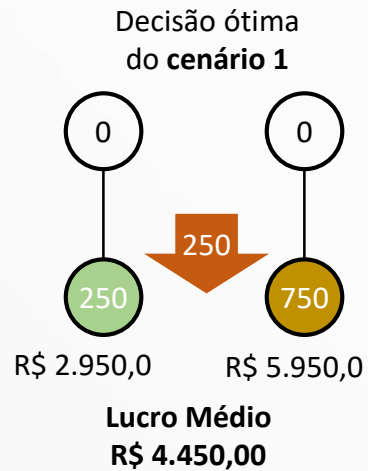
- Comparação



Caso Guglielmo possua **maior precaução** na tomada de decisão, basta aumentar a **aversão a risco** da otimização estocástica, aumentando a probabilidade de ocorrência do pior cenário

Problema do Mestre Cervejeiro

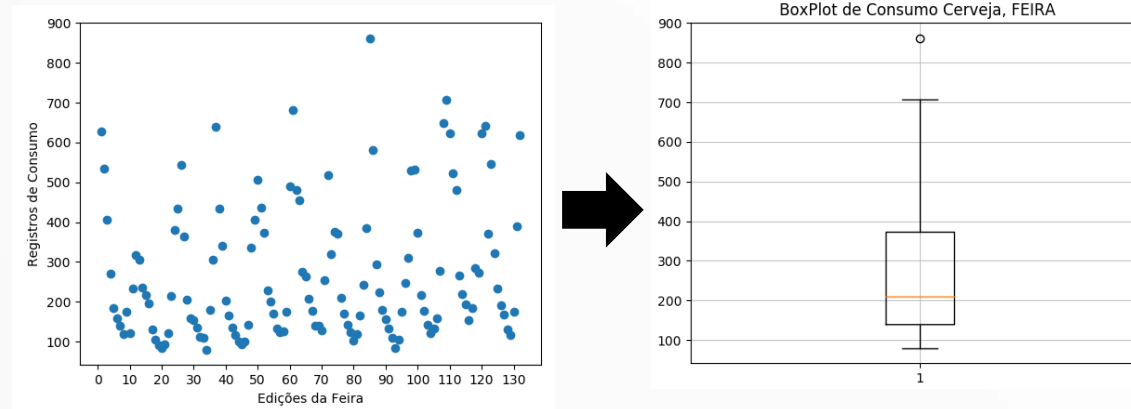
- Comparação



Perceba que a decisão ótima proveniente da **consideração de ambos os cenários é diferente** de uma decisão ótima para um caso em **que um cenário médio é considerado**

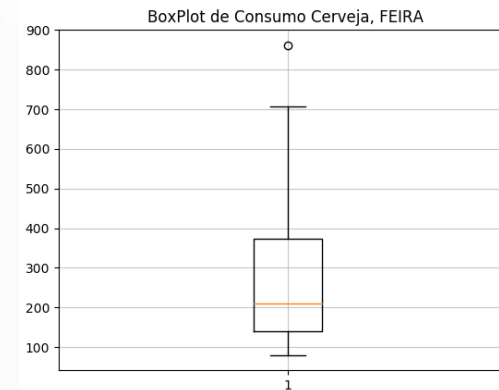
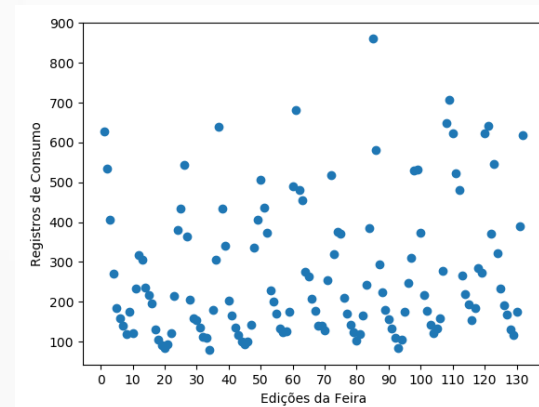
Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo observou o histórico de consumo de cerveja nas 132 edições (11 anos) da feira que irá participar:

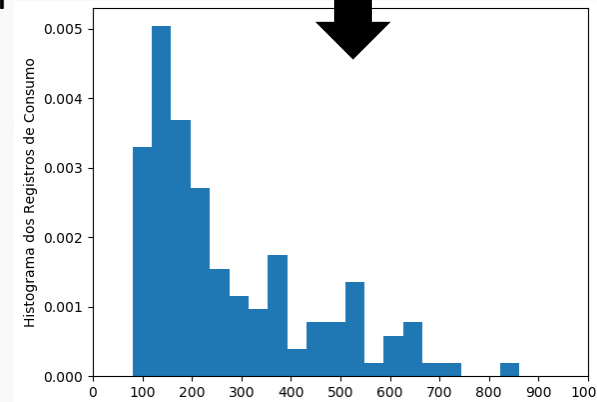


Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo observou o histórico de consumo de cerveja nas 132 edições (11 anos) da feira que irá participar:



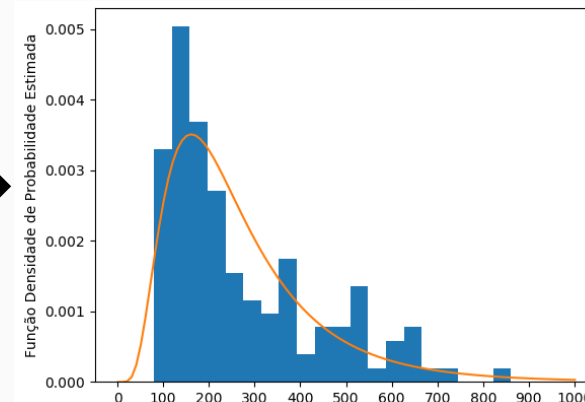
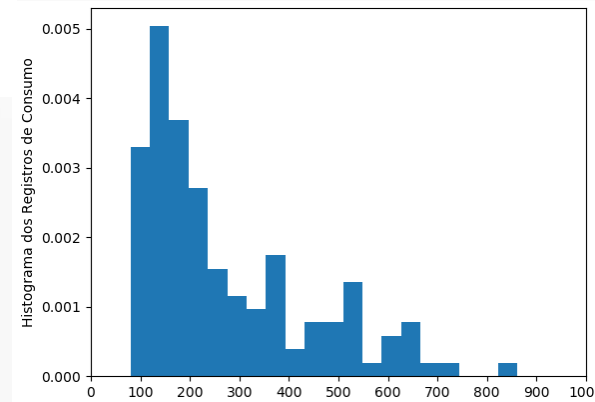
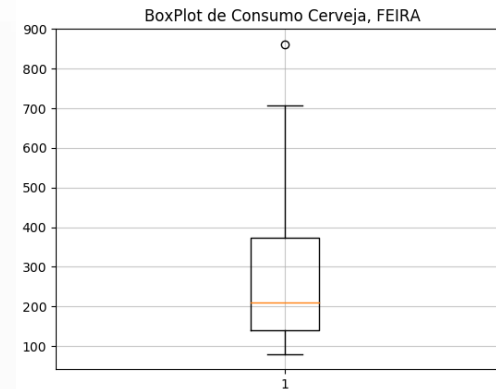
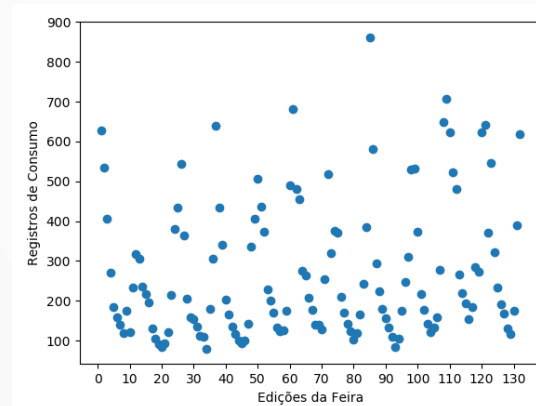
Um histograma foi
construído a partir
das informações
acima



Problema do Mestre Cervejeiro

- Guglielmo observou o histórico de consumo de cerveja nas 132 edições (11 anos) da feira que irá participar:

Uma FDP
LogNormal foi
parametrizada para
representar o
comportamento
aleatório do
consumo de
cerveja

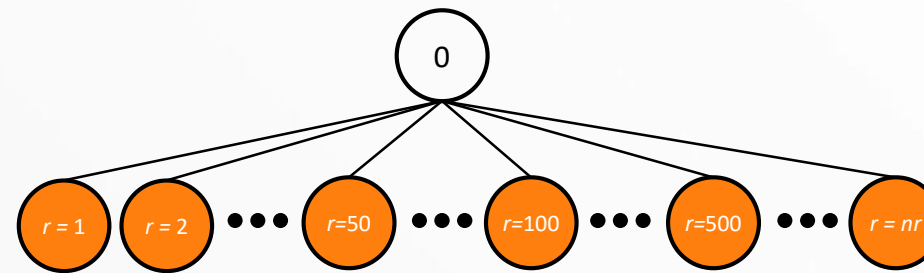


Problema do Mestre Cervejeiro

- Com a FDP Lognormal o consumo de cerveja pode ser representado como uma variável aleatória no problema de otimização. Logo, técnicas de sorteio, como Monte Carlo, podem ser usadas para gerar realizações da variável aleatória, sendo o problema de otimização estocástica representado por:

Mês 1
(Dez)

Mês 2
(Jan)



nr número finito de realizações, suficiente para representar adequadamente a FDP estimada



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

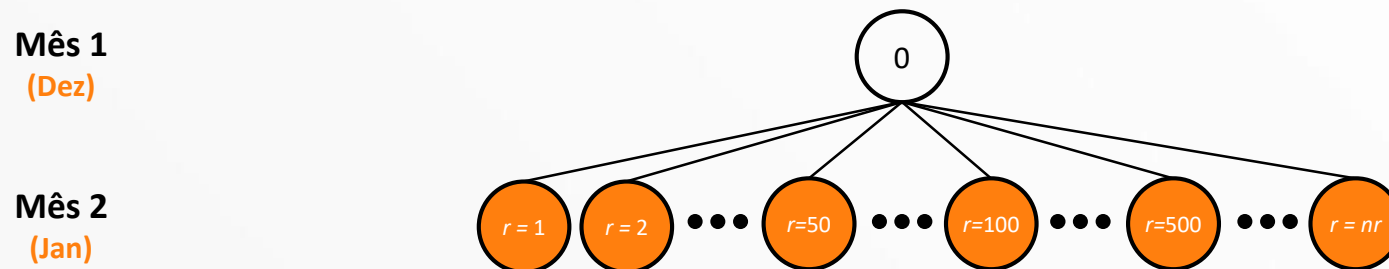


norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



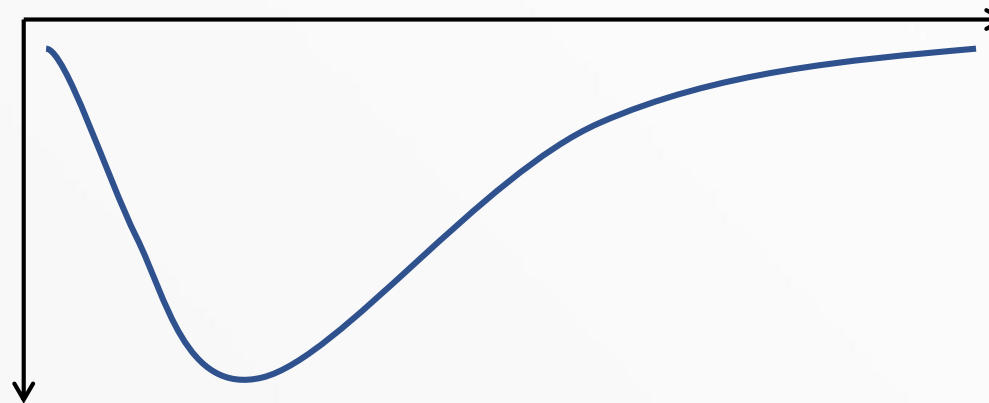
Problema do Mestre Cervejeiro

- Com a FDP Lognormal o consumo de cerveja pode ser representado como uma variável aleatória no problema de otimização. Logo, técnicas de sorteio, como Monte Carlo, podem ser usadas para gerar realizações da variável aleatória, sendo o problema de otimização estocástica representado por:



nr número finito de realizações, suficiente para representar adequadamente a FDP estimada

Perceba que a **incerteza do passado** é projetada para o futuro, o que não significa dizer que o passado realizado será considerado como o futuro a realizar



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

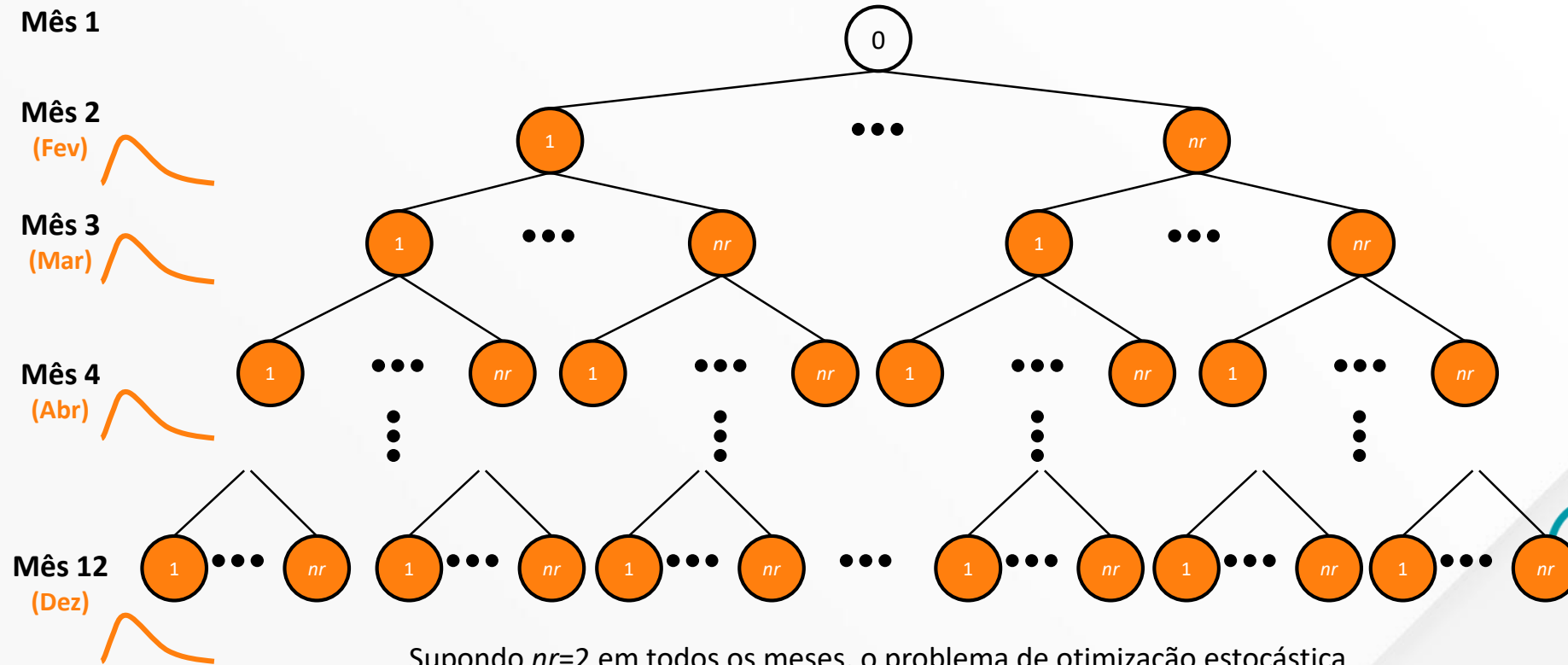


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Problema do Mestre Cervejeiro

- A participação de Guglielmo na feira foi um sucesso e ele foi convidado para expor a sua cerveja nas próximas 11 edições mensais a ocorrerem no ano. Assim o problema de otimização de Guglielmo passa a ser representado por:



Supondo $nr=2$ em todos os meses, o problema de otimização estocástica multiestágio possui 2048 cenários



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

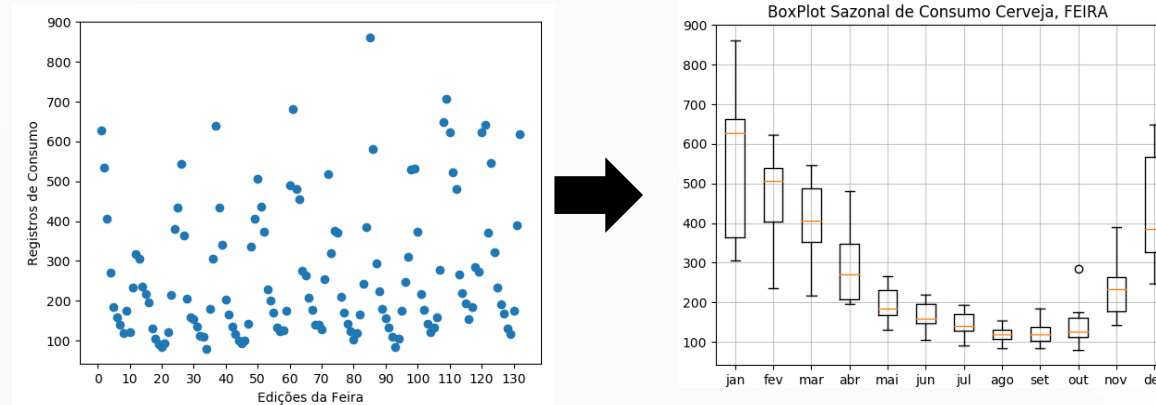


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Problema do Mestre Cervejeiro

- Com uma avaliação mais criteriosa do histórico de consumo, Guglielmo percebeu que ao agrupar os registros pelos respectivos meses a variância no consumo muda substancialmente de acordo com a estação do ano:



- Faz muito mais sentido então que uma FDP seja parametrizada para cada mês do ano na representação do consumo mensal de cerveja.



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

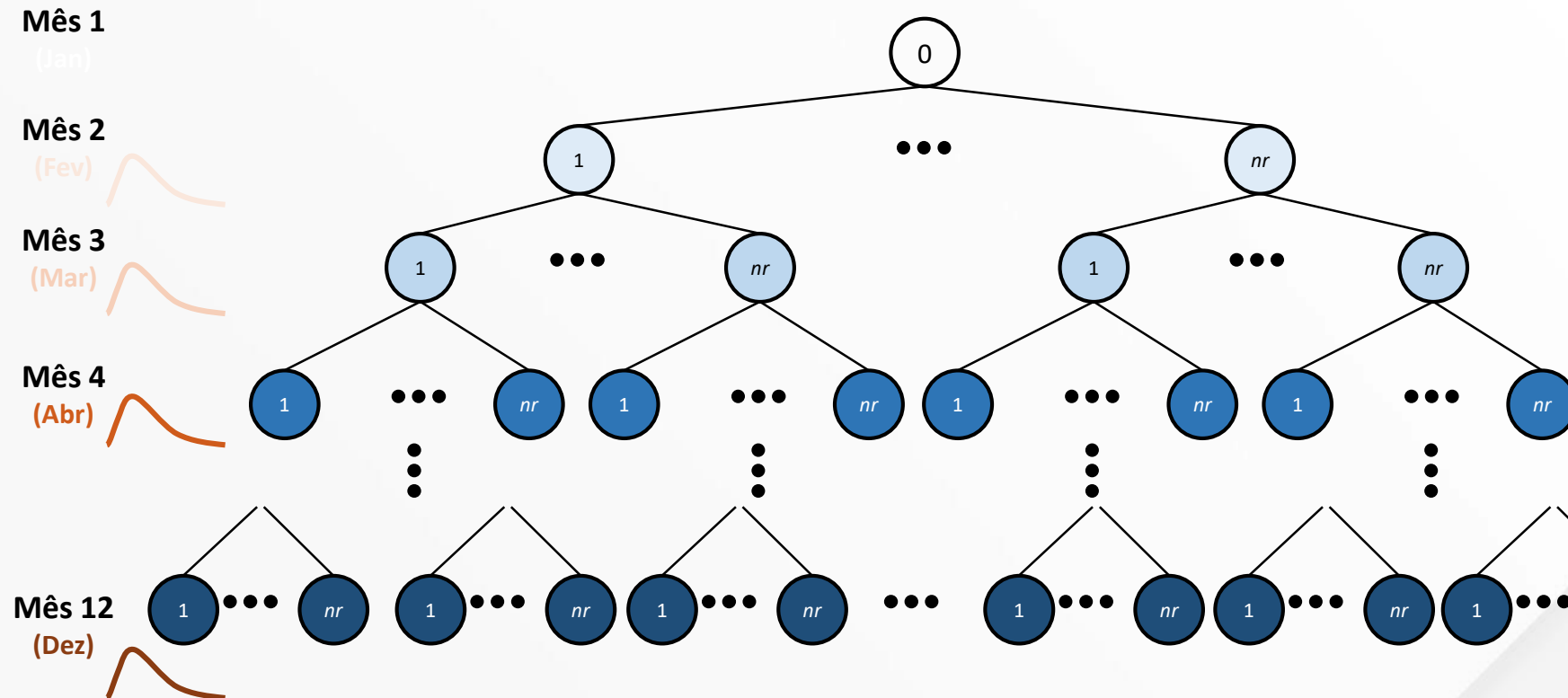


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



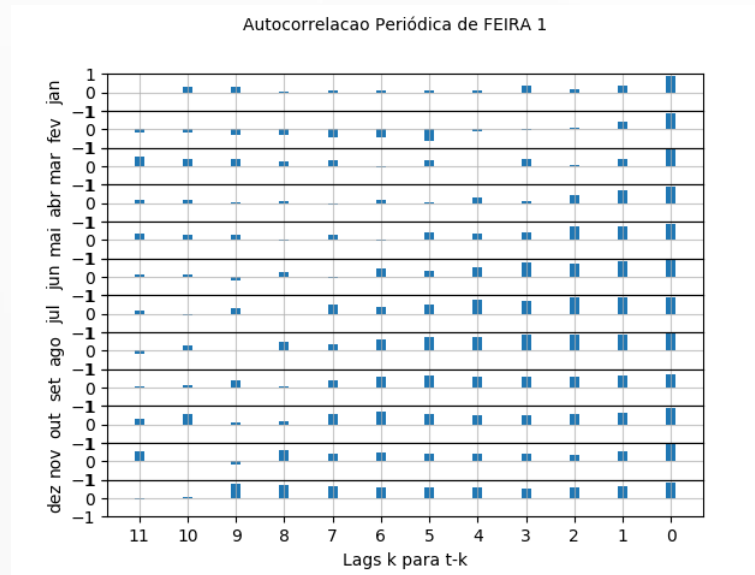
Problema do Mestre Cervejeiro

- O problema de otimização de Guglielmo passa a ser representado com realizações de diferentes FDPs, parametrizadas para cada mês, segundo:



Problema do Mestre Cervejeiro

- Com uma avaliação ainda mais criteriosa do histórico de consumo, Guglielmo percebeu que o consumo de cerveja em um determinado mês pode possuir uma alta correlação com o consumo dos meses passados, conforme:



- Faz sentido então que um modelo Autoregressivo Periódico de ordem p - PAR(p) - seja parametrizado para cada mês do ano na representação do consumo mensal de cerveja.

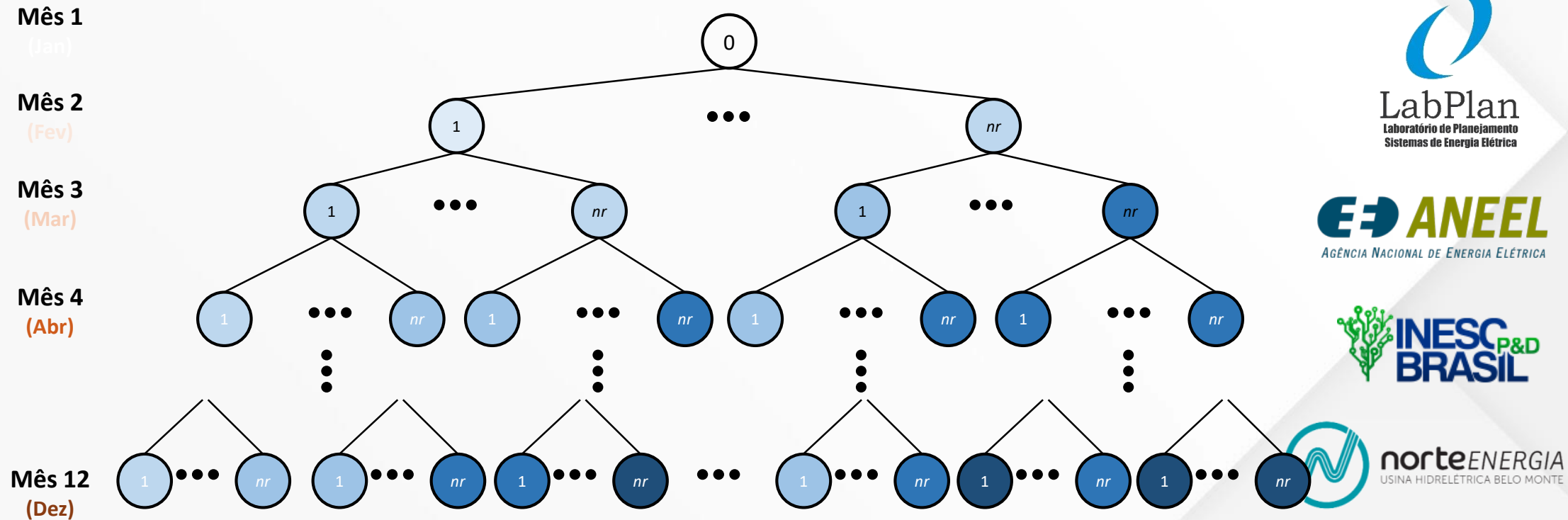


LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



Problema do Mestre Cervejeiro

- O problema de otimização de Guglielmo passa a ser representado com realizações geradas pelo modelo PAR (p) para cada mês, segundo:



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Tomada de Decisão Sob Incerteza

A decisão do presente depende de suas consequências no futuro

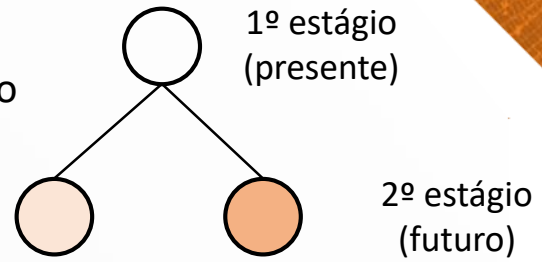


Tomada de Decisão Sob Incerteza

A decisão do presente depende de suas consequências no futuro

- Problema de 2 estágios

- A decisão do 2º estágio depende da decisão do 1º estágio

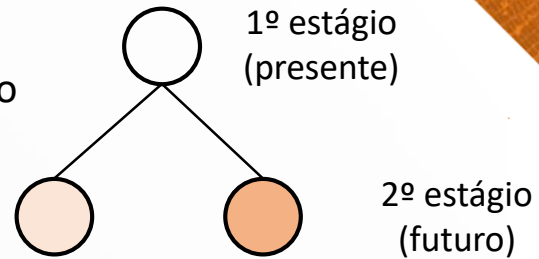


Tomada de Decisão Sob Incerteza

A decisão do presente depende de suas consequências no futuro

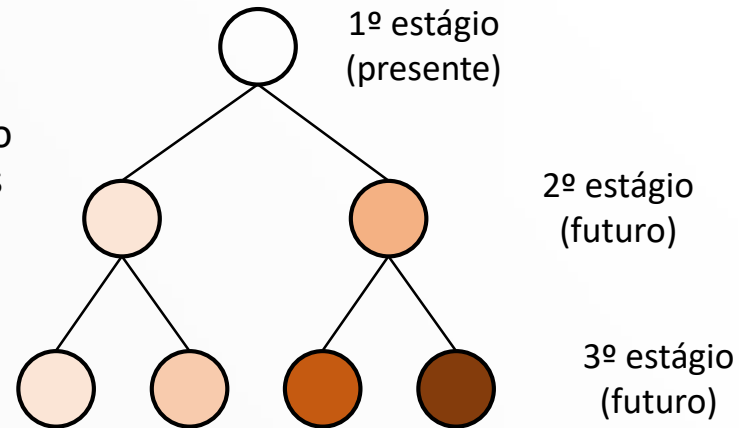
- Problema de 2 estágios

- A decisão do 2º estágio depende da decisão do 1º estágio



- Problema multiestágio

- A decisão do 2º estágio depende da decisão do 1º estágio e dos demais estágios futuros



- Em problemas práticos, devido ao número de realizações requisitado, são necessários métodos de resolução especializados que se baseiam na decomposição do problema

Tomada de Decisão Sob Incerteza

- Abordagens para a solução dos problemas:

Programação Estocástica

As decisões são tomadas minimizando uma métrica de contabilização do custo futuro, como o valor esperado e o CVaR

Otimização Robusta

As decisões são tomadas em observância às consequências extremas do horizonte

Restrições Probabilísticas

As decisões são tomadas sob o atendimento probabilístico de restrições

Programação Determinística

As decisões são tomadas em um cenário de referência, com foco na representação detalhada da dinâmica física do problema em detrimento da representação estocástica

Tomada de Decisão Sob Incerteza

- Abordagens para a solução dos problemas:

Programação Estocástica

As decisões são tomadas minimizando uma métrica de contabilização do custo futuro, como o valor esperado e o CVaR

Otimização Robusta

As decisões são tomadas em observância às consequências extremas do horizonte

Restrições Probabilísticas

As decisões são tomadas sob o atendimento probabilístico de restrições

Programação Determinística

As decisões são tomadas em um cenário de referência, com foco na representação detalhada da dinâmica física do problema em detrimento da representação estocástica

Difícil avaliar a consistência da abordagem determinística no problema estocástico

Tomada de Decisão Sob Incerteza

- Abordagens para a solução dos problemas:

Programação Estocástica

As decisões são tomadas minimizando uma métrica de contabilização do custo futuro, como o valor esperado e o CVaR

Otimização Robusta

As decisões são tomadas em observância às consequências extremas do horizonte

Restrições Probabilísticas

As decisões são tomadas sob o atendimento probabilístico de restrições

Não é amplamente viável para problemas multiestágio

Programação Determinística

As decisões são tomadas em um cenário de referência, com foco na representação detalhada da dinâmica física do problema em detrimento da representação estocástica

Difícil avaliar a consistência da abordagem determinística no problema estocástico

Tomada de Decisão Sob Incerteza

- Abordagens para a solução dos problemas:

Programação Estocástica

As decisões são tomadas minimizando uma métrica de contabilização do custo futuro, como o valor esperado e o CVaR

Otimização Robusta

As decisões são tomadas em observância às consequências extremas do horizonte

Decisões muito conservadoras podem ser obtidas

Restrições Probabilísticas

As decisões são tomadas sob o atendimento probabilístico de restrições

Não é amplamente viável para problemas multiestágio

Programação Determinística

As decisões são tomadas em um cenário de referência, com foco na representação detalhada da dinâmica física do problema em detrimento da representação estocástica

Difícil avaliar a consistência da abordagem determinística no problema estocástico

Tomada de Decisão Sob Incerteza

- Abordagens para a solução dos problemas:

Programação Estocástica

As decisões são tomadas minimizando uma métrica de contabilização do custo futuro, como o valor esperado e o CVaR

Abordagem utilizada para o planejamento energético. Devido ao tamanho do problema a resposta é sub-ótima

Otimização Robusta

As decisões são tomadas em observância às consequências extremas do horizonte

Decisões muito conservadoras podem ser obtidas

Restrições Probabilísticas

As decisões são tomadas sob o atendimento probabilístico de restrições

Não é amplamente viável para problemas multiestágio

Programação Determinística

As decisões são tomadas em um cenário de referência, com foco na representação detalhada da dinâmica física do problema em detrimento da representação estocástica

Difícil avaliar a consistência da abordagem determinística no problema estocástico

Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

Problema Vida Real
Inúmeros Processos Estocásticos e
Dinâmicas físicas complexas

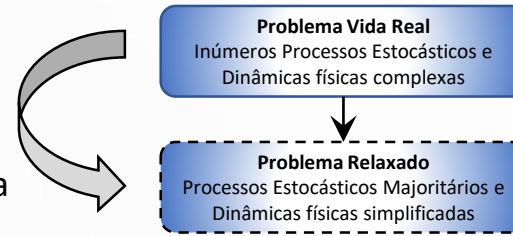


Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

1ª Aproximação:

- Para viabilizar computacionalmente a utilização da PE, um problema relaxado é formulado com os processos estocásticos mais relevantes do problema da vida real.
- As dinâmicas físicas são simplificadas de maneira que o problema relaxado seja convexo e passível de resolução via métodos da PE.



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE

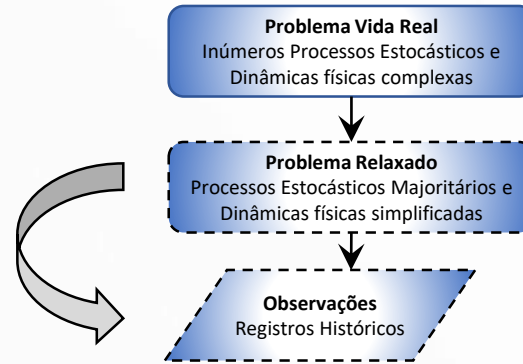


Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

2ª Aproximação:

O comportamento dos processos estocásticos é observado em termos dos registros históricos disponíveis, de integridade incerta

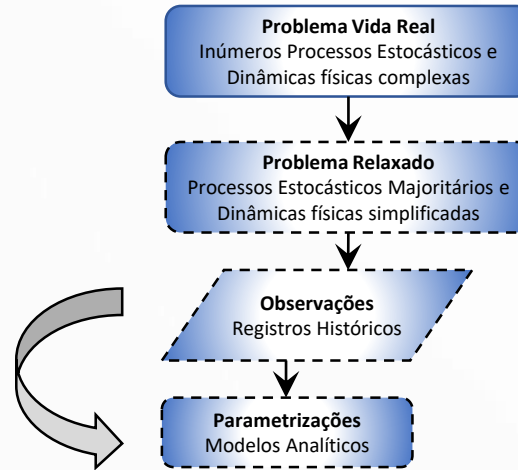


Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

3ª Aproximação:

Modelos estatísticos analíticos que garantem a convexidade do problema são parametrizados para a representação dos processos estocásticos



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE

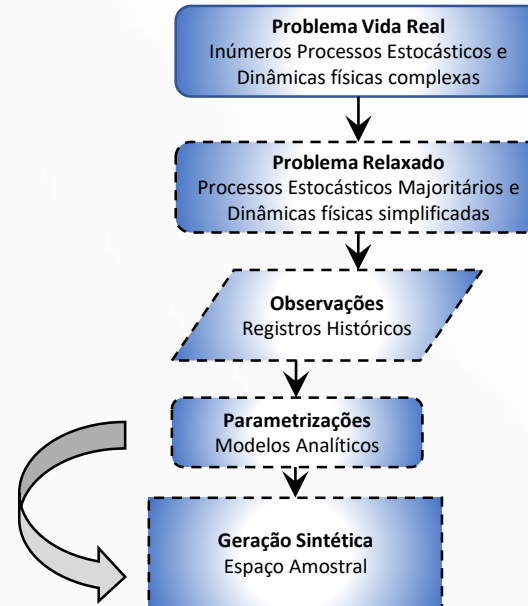


Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

4ª Aproximação:

O espaço amostral teórico (contínuo) é representado por um espaço amostral discreto, cujas realizações das variáveis aleatórias são obtidas por sorteio

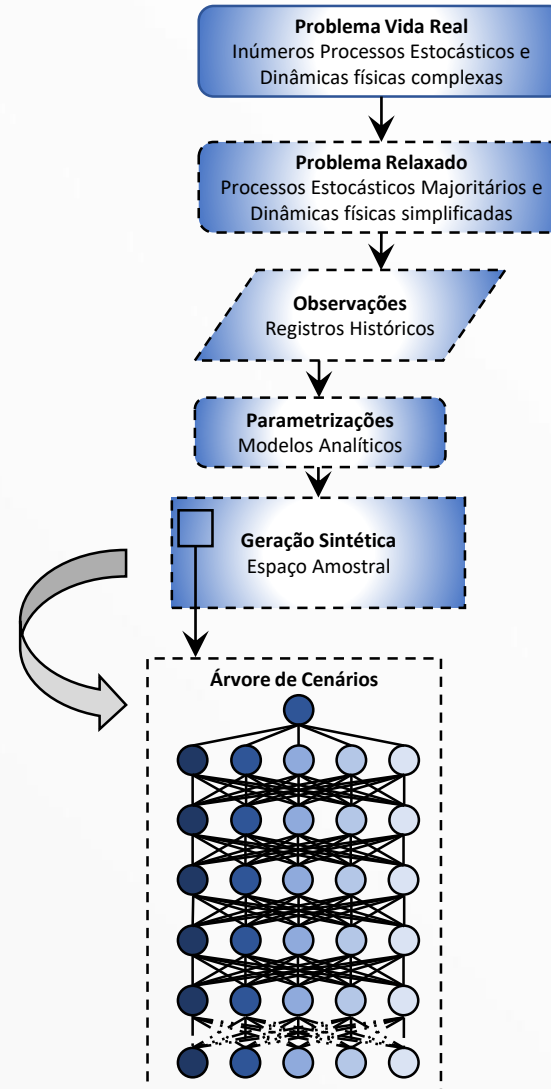


Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

5ª Aproximação:

- O horizonte de otimização é formulado com uma amostra do espaço amostral em formato de árvore de cenários, limitada pelo número de realizações que compõe a árvore.
- Dependendo do tamanho da amostra e método de solução empregado a árvore deve possuir uma estrutura específica, como, por exemplo, uma estrutura aninhada com amostras comuns e independentes temporalmente.



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

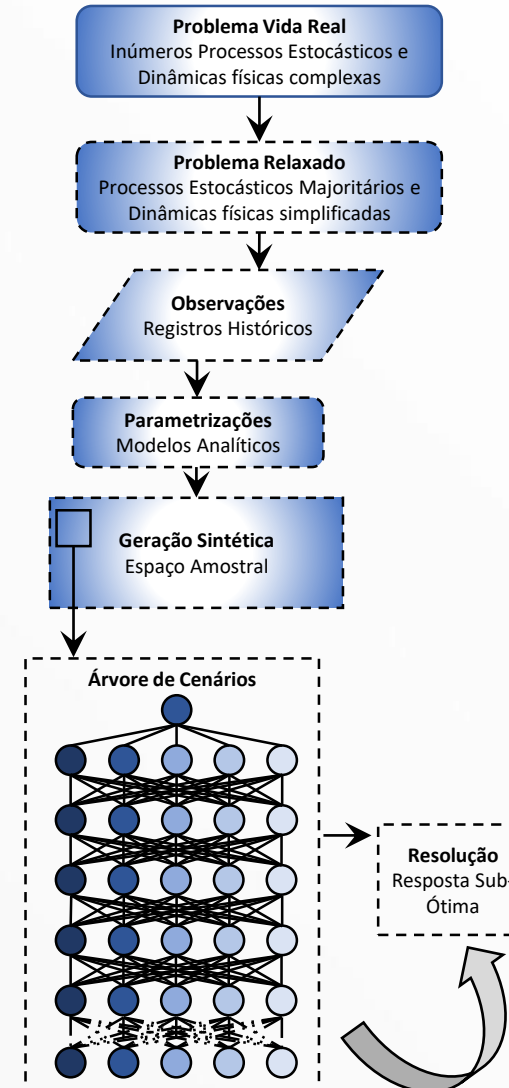


USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

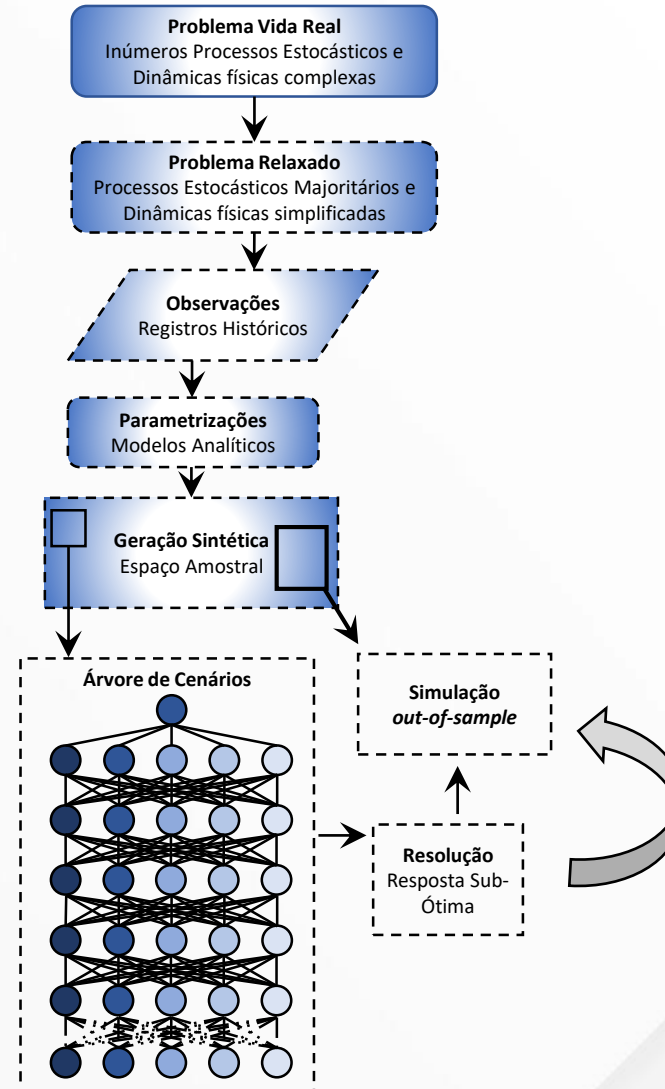


6ª Aproximação:

A depender do método de solução e critério de parada empregados, a resposta calculada é sub-ótima

Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?



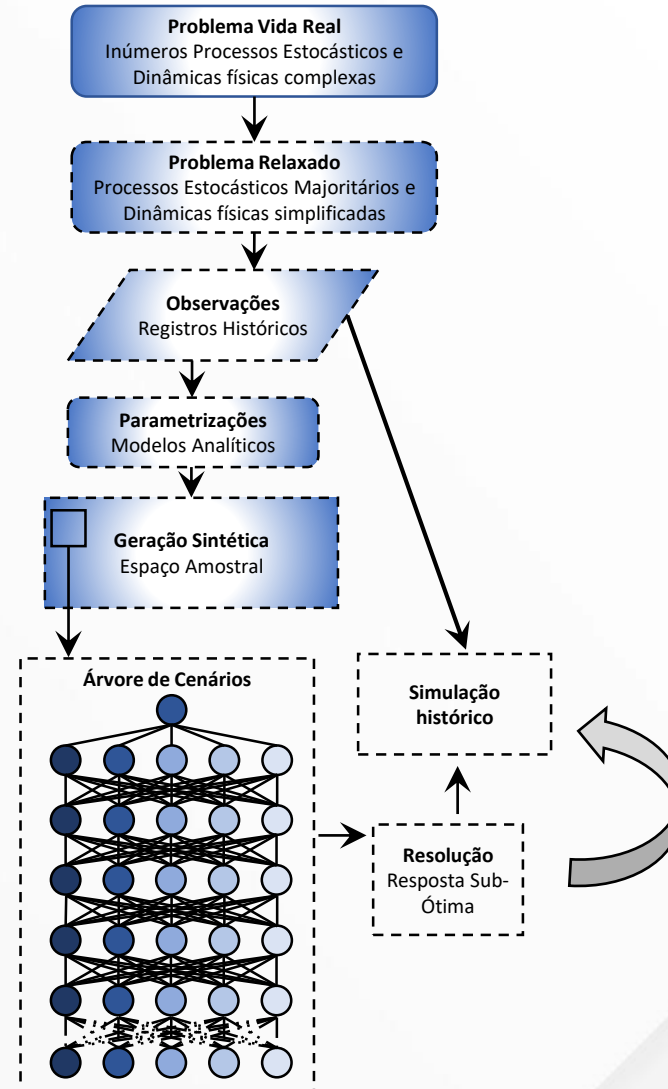
7ª Aproximação:

Uma avaliação apropriada da qualidade da solução pode ser cara computacionalmente.

Em alguns casos, métodos empíricos são utilizados como a avaliação dos resultados de simulação em uma amostra *out-of-sample*, ou de simulação nos próprios os registros históricos

Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?



7ª Aproximação:

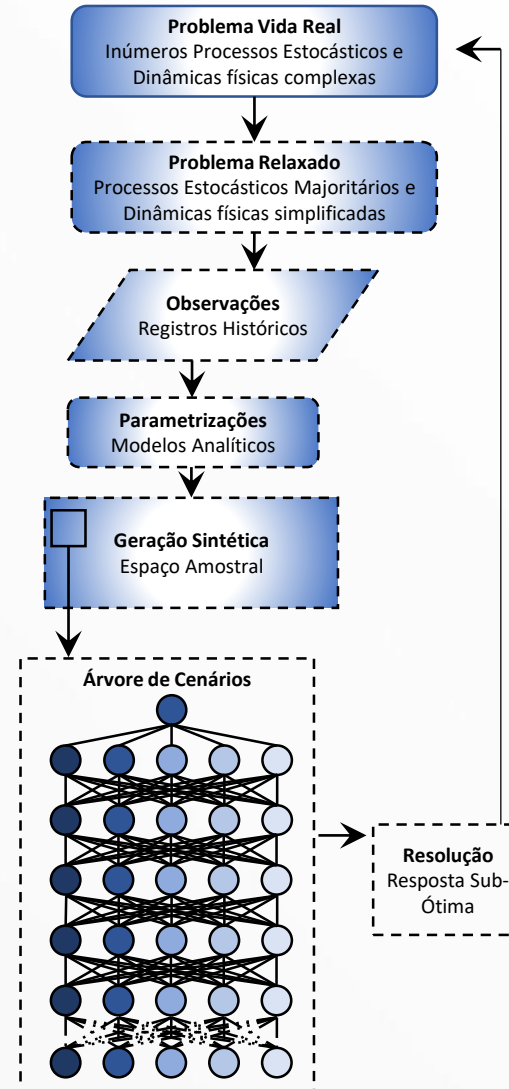
Uma avaliação apropriada da qualidade da solução pode ser cara computacionalmente.

Em alguns casos, métodos empíricos são utilizados como a avaliação dos resultados de simulação em uma amostra *out-of-sample*, ou de simulação nos próprios os registros históricos

Programação Estocástica

- Qual problema é resolvido com a PE e como avaliar a qualidade da solução?

No fim do processo, a resposta obtida é então aplicada ao problema da vida real



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



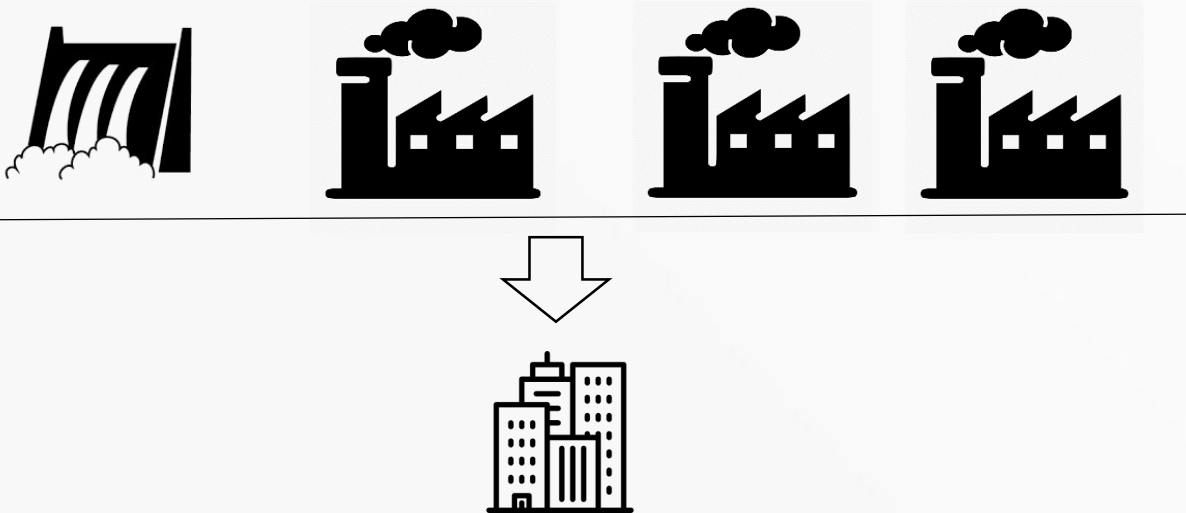
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Exemplo Numérico de Programação Estocástica Multiestágio

- Planejamento hidrotérmico de curto-prazo
- Horizonte de 4 dias (4 estágios) com decisões diárias
- Resolução por PDDE com reamostragem
 - 2 Cenários backwards
 - 1 Cenário forward por Iteração

Configuração do sistema



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



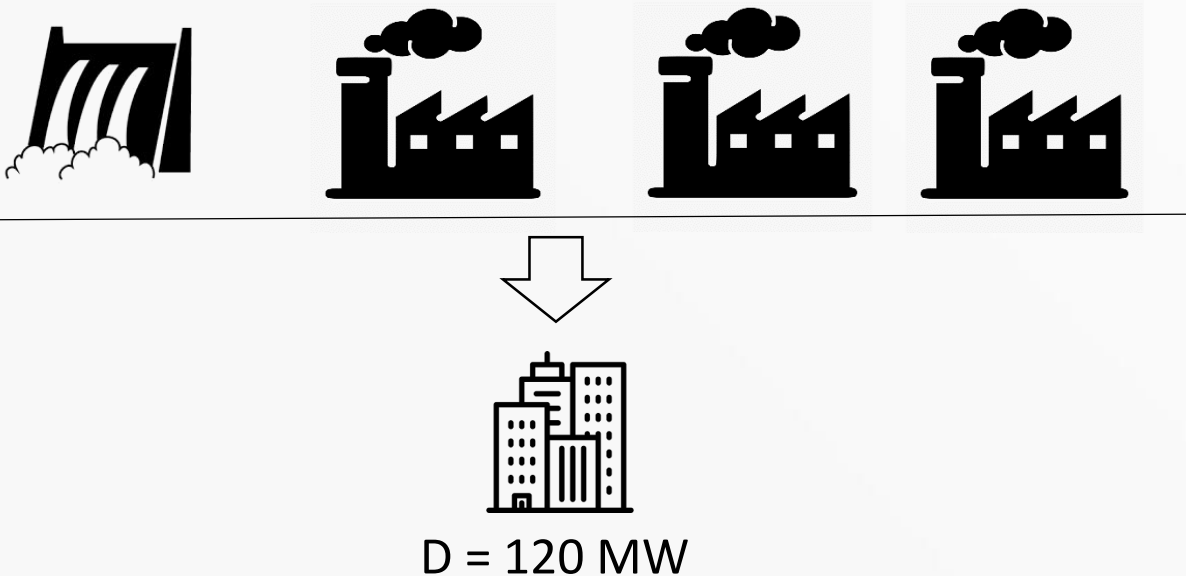
norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Exemplo Numérico de Programação Estocástica Multiestágio

- Planejamento hidrotérmico de curto-prazo
- Horizonte de 4 dias (4 estágios) com decisões diárias
- Resolução por PDDE com reamostragem
 - 2 Cenários backwards
 - 1 Cenário forward por Iteração

Configuração do sistema



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



norteENERGIA
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Exemplo Numérico de Programação Estocástica Multiestágio

- Planejamento hidrotérmico de curto-prazo
- Horizonte de 4 dias (4 estágios) com decisões diárias
- Resolução por PDDE com reamostragem
 - 2 Cenários backwards
 - 1 Cenário forward por Iteração

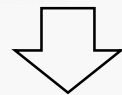
Configuração do sistema

$$v^{\max} = 20 \text{ hm}^3$$

$$v^0 = 5 \text{ hm}^3$$

$$q^{\max} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 1,0 \text{ MW}/(\text{m}^3/\text{s})$$



D = 120 MW



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



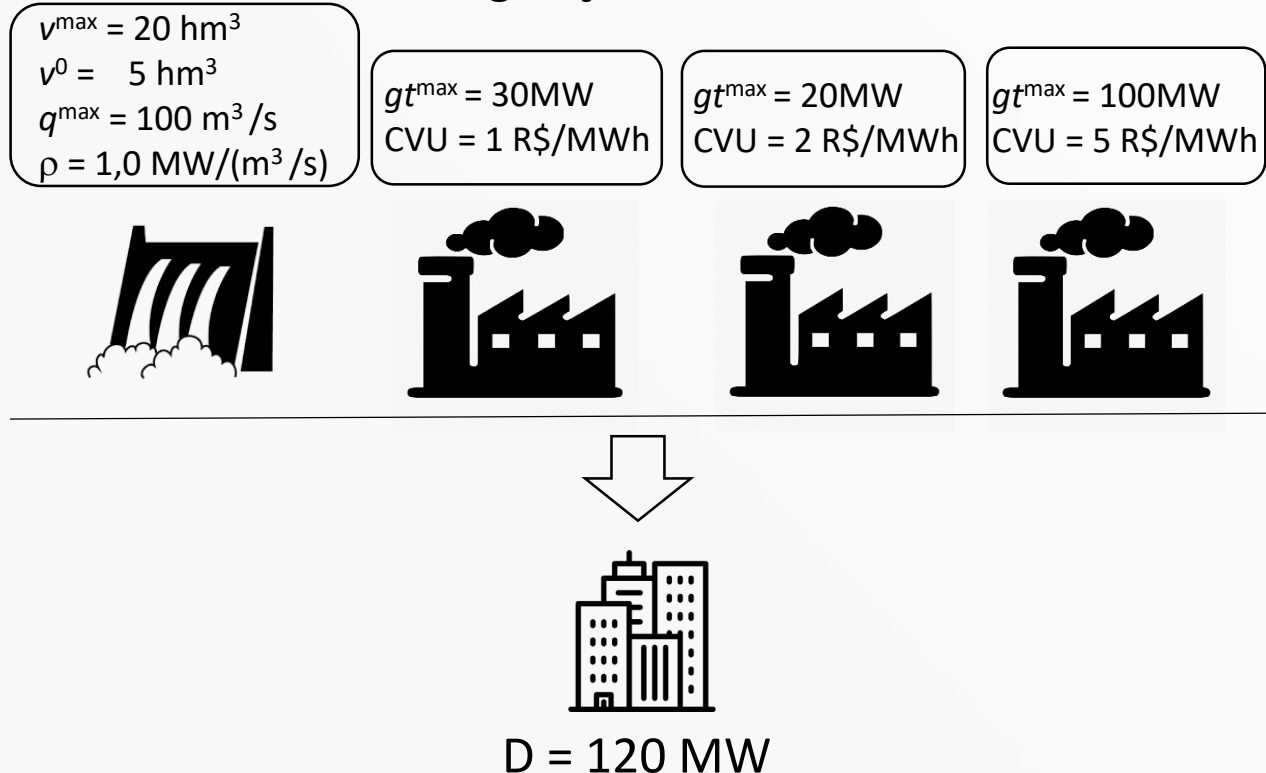
USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Exemplo Numérico de Programação Estocástica Multiestágio

- Planejamento hidrotérmico de curto-prazo
- Horizonte de 4 dias (4 estágios) com decisões diárias
- Resolução por PDDE com reamostragem
 - 2 Cenários backwards
 - 1 Cenário forward por iteração

Configuração do sistema



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Exemplo Numérico de Programação Estocástica Multiestágio

- Planejamento hidrotérmico de curto-prazo
- Horizonte de 4 dias (4 estágios) com decisões diárias
- Resolução por PDDE com reamostragem
 - 2 Cenários backwards
 - 1 Cenário forward por iteração

Configuração do sistema

$$v^{\max} = 20 \text{ hm}^3$$

$$v^0 = 5 \text{ hm}^3$$

$$q^{\max} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 1,0 \text{ MW}/(\text{m}^3/\text{s})$$



$$gt^{\max} = 30 \text{ MW}$$

$$\text{CVU} = 1 \text{ R}\$/\text{MWh}$$



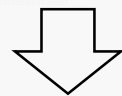
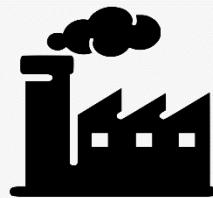
$$gt^{\max} = 20 \text{ MW}$$

$$\text{CVU} = 2 \text{ R}\$/\text{MWh}$$



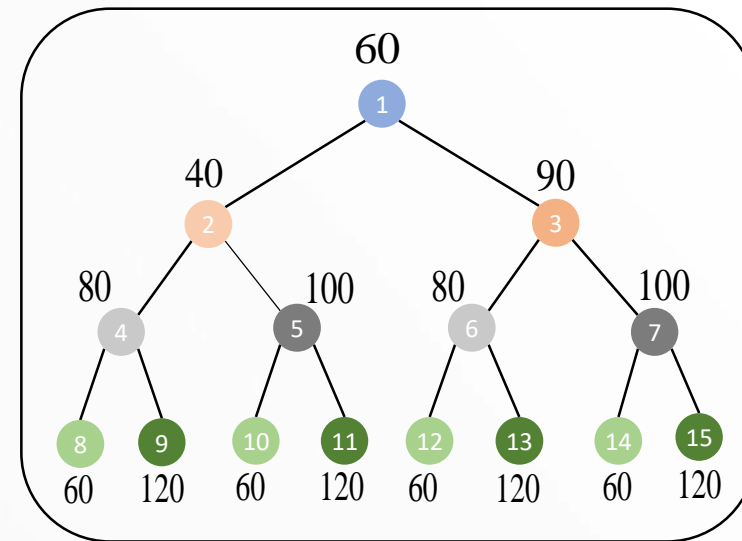
$$gt^{\max} = 100 \text{ MW}$$

$$\text{CVU} = 5 \text{ R}\$/\text{MWh}$$



$$D = 120 \text{ MW}$$

Árvore de cenários de aflúências (m^3/s) 8 cenários



Conversor Vazão-Volume

$$c = 0.0864$$

$$100 \text{ m}^3/\text{s} \text{ durante } 24\text{h} = 8,64 \text{ hm}^3$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Equivalente Determinístico do Problema Estocástico

$$\min f = 24 \cdot \left\{ gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31} + 0,5 \left[\left(gt_{12}^1 + 2gt_{22}^1 + 5gt_{32}^1 \right) + \left(gt_{12}^2 + 2gt_{22}^2 + 5gt_{32}^2 \right) \right] + 0,25 \left[\left(gt_{13}^1 + 2gt_{23}^1 + 5gt_{33}^1 \right) + \left(gt_{13}^2 + 2gt_{23}^2 + 5gt_{33}^2 \right) + \left(gt_{13}^3 + 2gt_{23}^3 + 5gt_{33}^3 \right) + \left(gt_{13}^4 + 2gt_{23}^4 + 5gt_{33}^4 \right) \right] \right. \\ \left. 0,125 \left[\left(gt_{14}^1 + 2gt_{24}^1 + 5gt_{34}^1 \right) + \left(gt_{14}^2 + 2gt_{24}^2 + 5gt_{34}^2 \right) + \left(gt_{14}^3 + 2gt_{24}^3 + 5gt_{34}^3 \right) + \left(gt_{14}^4 + 2gt_{24}^4 + 5gt_{34}^4 \right) + \left(gt_{14}^5 + 2gt_{24}^5 + 5gt_{34}^5 \right) + \left(gt_{14}^6 + 2gt_{24}^6 + 5gt_{34}^6 \right) + \left(gt_{14}^7 + 2gt_{24}^7 + 5gt_{34}^7 \right) + \left(gt_{14}^8 + 2gt_{24}^8 + 5gt_{34}^8 \right) \right] \right\}$$

sujeito a:

$$\begin{array}{ll} gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120, & gt_{12}^1 + gt_{22}^1 + gt_{32}^1 + \rho \cdot q_2 = 120 \\ v_2 + c(q_1 + s_1) = 10,2 & v_3^1 + c(q_2^1 + s_2^1) - v_2 = 3,5 \\ & gt_{12}^2 + gt_{22}^2 + gt_{32}^2 + \rho \cdot q_2 = 120 \\ & v_3^2 + c(q_2^2 + s_2^2) - v_2 = 7,8 \\ & gt_{13}^1 + gt_{23}^1 + gt_{33}^1 + \rho \cdot q_3 = 120 \\ & v_4^1 + c(q_3^1 + s_3^1) - v_3^1 = 6,9 \\ & gt_{13}^2 + gt_{23}^2 + gt_{33}^2 + \rho \cdot q_3 = 120 \\ & v_4^2 + c(q_3^2 + s_3^2) - v_3^1 = 8,6 \\ & gt_{13}^3 + gt_{23}^3 + gt_{33}^3 + \rho \cdot q_3 = 120 \\ & v_4^3 + c(q_3^3 + s_3^3) - v_3^2 = 6,9 \\ & gt_{13}^4 + gt_{23}^4 + gt_{33}^4 + \rho \cdot q_3 = 120 \\ & v_4^4 + c(q_3^4 + s_3^4) - v_3^2 = 8,6 \\ & gt_{14}^1 + gt_{24}^1 + gt_{34}^1 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^1 + c(q_4^1 + s_4^1) - v_4^1 = 5,2 \\ & gt_{14}^2 + gt_{24}^2 + gt_{34}^2 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^2 + c(q_4^2 + s_4^2) - v_4^1 = 10,4 \\ & gt_{14}^3 + gt_{24}^3 + gt_{34}^3 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^3 + c(q_4^3 + s_4^3) - v_4^2 = 5,2 \\ & gt_{14}^4 + gt_{24}^4 + gt_{34}^4 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^4 + c(q_4^4 + s_4^4) - v_4^2 = 10,4 \\ & gt_{14}^5 + gt_{24}^5 + gt_{34}^5 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^5 + c(q_4^5 + s_4^5) - v_4^3 = 5,2 \\ & gt_{14}^6 + gt_{24}^6 + gt_{34}^6 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^6 + c(q_4^6 + s_4^6) - v_4^3 = 10,4 \\ & gt_{14}^7 + gt_{24}^7 + gt_{34}^7 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^7 + c(q_4^7 + s_4^7) - v_4^4 = 5,2 \\ & gt_{14}^8 + gt_{24}^8 + gt_{34}^8 + \rho \cdot q_4 = 120 \\ & v_5^8 + c(q_4^8 + s_4^8) - v_4^4 = 10,4 \end{array}$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}.$$

45 Variáveis de Decisão

30 Restrições de Igualdade



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Equivalente Determinístico do Problema Estocástico

$$\min f = 24 \cdot \left\{ gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31} + 0,5 \left[\left(gt_{12}^1 + 2gt_{22}^1 + 5gt_{32}^1 \right) + \left(gt_{12}^2 + 2gt_{22}^2 + 5gt_{32}^2 \right) \right] + 0,25 \left[\left(gt_{13}^1 + 2gt_{23}^1 + 5gt_{33}^1 \right) + \left(gt_{13}^2 + 2gt_{23}^2 + 5gt_{33}^2 \right) + \left(gt_{13}^3 + 2gt_{23}^3 + 5gt_{33}^3 \right) + \left(gt_{13}^4 + 2gt_{23}^4 + 5gt_{33}^4 \right) \right] \right. \\ \left. + 0,125 \left[\left(gt_{14}^1 + 2gt_{24}^1 + 5gt_{34}^1 \right) + \left(gt_{14}^2 + 2gt_{24}^2 + 5gt_{34}^2 \right) + \left(gt_{14}^3 + 2gt_{24}^3 + 5gt_{34}^3 \right) + \left(gt_{14}^4 + 2gt_{24}^4 + 5gt_{34}^4 \right) + \left(gt_{14}^5 + 2gt_{24}^5 + 5gt_{34}^5 \right) + \left(gt_{14}^6 + 2gt_{24}^6 + 5gt_{34}^6 \right) + \left(gt_{14}^7 + 2gt_{24}^7 + 5gt_{34}^7 \right) + \left(gt_{14}^8 + 2gt_{24}^8 + 5gt_{34}^8 \right) \right] \right\}$$

sujeito a:

$$gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120, \\ v_2 + c(q_1 + s_1) = 10,2$$

1º Estágio

$$gt_{12}^1 + gt_{22}^1 + gt_{32}^1 + \rho \cdot q_2^1 = 120 \\ v_3^1 + c(q_2^1 + s_2^1) - v_2 = 3,5 \\ gt_{12}^2 + gt_{22}^2 + gt_{32}^2 + \rho \cdot q_2^2 = 120 \\ v_3^2 + c(q_2^2 + s_2^2) - v_2 = 7,8$$

2º Estágio

$$gt_{13}^1 + gt_{23}^1 + gt_{33}^1 + \rho \cdot q_3^1 = 120 \\ v_4^1 + c(q_3^1 + s_3^1) - v_3^1 = 6,9 \\ gt_{13}^2 + gt_{23}^2 + gt_{33}^2 + \rho \cdot q_3^2 = 120 \\ v_4^2 + c(q_3^2 + s_3^2) - v_3^1 = 8,6 \\ gt_{13}^3 + gt_{23}^3 + gt_{33}^3 + \rho \cdot q_3^3 = 120 \\ v_4^3 + c(q_3^3 + s_3^3) - v_3^2 = 6,9 \\ gt_{13}^4 + gt_{23}^4 + gt_{33}^4 + \rho \cdot q_3^4 = 120 \\ v_4^4 + c(q_3^4 + s_3^4) - v_3^2 = 8,6$$

3º Estágio

$$gt_{14}^1 + gt_{24}^1 + gt_{34}^1 + \rho \cdot q_4^1 = 120 \\ v_5^1 + c(q_4^1 + s_4^1) - v_4^1 = 5,2 \\ gt_{14}^2 + gt_{24}^2 + gt_{34}^2 + \rho \cdot q_4^2 = 120 \\ v_5^2 + c(q_4^2 + s_4^2) - v_4^1 = 10,4 \\ gt_{14}^3 + gt_{24}^3 + gt_{34}^3 + \rho \cdot q_4^3 = 120 \\ v_5^3 + c(q_4^3 + s_4^3) - v_4^2 = 5,2 \\ gt_{14}^4 + gt_{24}^4 + gt_{34}^4 + \rho \cdot q_4^4 = 120 \\ v_5^4 + c(q_4^4 + s_4^4) - v_4^2 = 10,4 \\ gt_{14}^5 + gt_{24}^5 + gt_{34}^5 + \rho \cdot q_4^5 = 120 \\ v_5^5 + c(q_4^5 + s_4^5) - v_4^3 = 5,2 \\ gt_{14}^6 + gt_{24}^6 + gt_{34}^6 + \rho \cdot q_4^6 = 120 \\ v_5^6 + c(q_4^6 + s_4^6) - v_4^3 = 10,4 \\ gt_{14}^7 + gt_{24}^7 + gt_{34}^7 + \rho \cdot q_4^7 = 120 \\ v_5^7 + c(q_4^7 + s_4^7) - v_4^4 = 5,2 \\ gt_{14}^8 + gt_{24}^8 + gt_{34}^8 + \rho \cdot q_4^8 = 120 \\ v_5^8 + c(q_4^8 + s_4^8) - v_4^4 = 10,4$$

4º Estágio

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}$$

45 Variáveis de Decisão

30 Restrições de Igualdade



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Equivalente Determinístico do Problema Estocástico

$$\min f = 24 \cdot \left\{ gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31} + 0,5 \left[\left(gt_{12}^1 + 2gt_{22}^1 + 5gt_{32}^1 \right) + \left(gt_{12}^2 + 2gt_{22}^2 + 5gt_{32}^2 \right) \right] + 0,25 \left[\left(gt_{13}^1 + 2gt_{23}^1 + 5gt_{33}^1 \right) + \left(gt_{13}^2 + 2gt_{23}^2 + 5gt_{33}^2 \right) + \left(gt_{13}^3 + 2gt_{23}^3 + 5gt_{33}^3 \right) + \left(gt_{13}^4 + 2gt_{23}^4 + 5gt_{33}^4 \right) \right] \right. \\ \left. + 0,125 \left[\left(gt_{14}^1 + 2gt_{24}^1 + 5gt_{34}^1 \right) + \left(gt_{14}^2 + 2gt_{24}^2 + 5gt_{34}^2 \right) + \left(gt_{14}^3 + 2gt_{24}^3 + 5gt_{34}^3 \right) + \left(gt_{14}^4 + 2gt_{24}^4 + 5gt_{34}^4 \right) + \left(gt_{14}^5 + 2gt_{24}^5 + 5gt_{34}^5 \right) + \left(gt_{14}^6 + 2gt_{24}^6 + 5gt_{34}^6 \right) + \left(gt_{14}^7 + 2gt_{24}^7 + 5gt_{34}^7 \right) + \left(gt_{14}^8 + 2gt_{24}^8 + 5gt_{34}^8 \right) \right] \right\}$$

sujeito a:

$$gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120, \\ v_2 + c(q_1 + s_1) = 10,2$$

1º Estágio

$$gt_{12}^1 + gt_{22}^1 + gt_{32}^1 + \rho \cdot q_2^1 = 120 \\ v_3^1 + c(q_2^1 + s_2^1) - v_2 = 3,5 \\ gt_{12}^2 + gt_{22}^2 + gt_{32}^2 + \rho \cdot q_2^2 = 120 \\ v_3^2 + c(q_2^2 + s_2^2) - v_2 = 7,8$$

2º Estágio

$$gt_{13}^1 + gt_{23}^1 + gt_{33}^1 + \rho \cdot q_3^1 = 120 \\ v_4^1 + c(q_3^1 + s_3^1) - v_3 = 6,9 \\ gt_{13}^2 + gt_{23}^2 + gt_{33}^2 + \rho \cdot q_3^2 = 120 \\ v_4^2 + c(q_3^2 + s_3^2) - v_3 = 8,6 \\ gt_{13}^3 + gt_{23}^3 + gt_{33}^3 + \rho \cdot q_3^3 = 120 \\ v_4^3 + c(q_3^3 + s_3^3) - v_3 = 6,9 \\ gt_{13}^4 + gt_{23}^4 + gt_{33}^4 + \rho \cdot q_3^4 = 120 \\ v_4^4 + c(q_3^4 + s_3^4) - v_3 = 8,6$$

3º Estágio

$$gt_{14}^1 + gt_{24}^1 + gt_{34}^1 + \rho \cdot q_4^1 = 120 \\ v_5^1 + c(q_4^1 + s_4^1) - v_4 = 5,2 \\ gt_{14}^2 + gt_{24}^2 + gt_{34}^2 + \rho \cdot q_4^2 = 120 \\ v_5^2 + c(q_4^2 + s_4^2) - v_4 = 10,4 \\ gt_{14}^3 + gt_{24}^3 + gt_{34}^3 + \rho \cdot q_4^3 = 120 \\ v_5^3 + c(q_4^3 + s_4^3) - v_4 = 5,2 \\ gt_{14}^4 + gt_{24}^4 + gt_{34}^4 + \rho \cdot q_4^4 = 120 \\ v_5^4 + c(q_4^4 + s_4^4) - v_4 = 10,4 \\ gt_{14}^5 + gt_{24}^5 + gt_{34}^5 + \rho \cdot q_4^5 = 120 \\ v_5^5 + c(q_4^5 + s_4^5) - v_4 = 5,2 \\ gt_{14}^6 + gt_{24}^6 + gt_{34}^6 + \rho \cdot q_4^6 = 120 \\ v_5^6 + c(q_4^6 + s_4^6) - v_4 = 10,4 \\ gt_{14}^7 + gt_{24}^7 + gt_{34}^7 + \rho \cdot q_4^7 = 120 \\ v_5^7 + c(q_4^7 + s_4^7) - v_4 = 5,2 \\ gt_{14}^8 + gt_{24}^8 + gt_{34}^8 + \rho \cdot q_4^8 = 120 \\ v_5^8 + c(q_4^8 + s_4^8) - v_4 = 10,4$$

4º Estágio

Custo Total Esperado
R\$ 3.822,22
CMO = R\$ 2
Solução do 1º estágio:

Variável	Valor
gt_{11}	30 MW
gt_{21}	2 MW
gt_{31}	0
q_1	87,9 m³/s
v_1	2,6 hm³
s_1	0

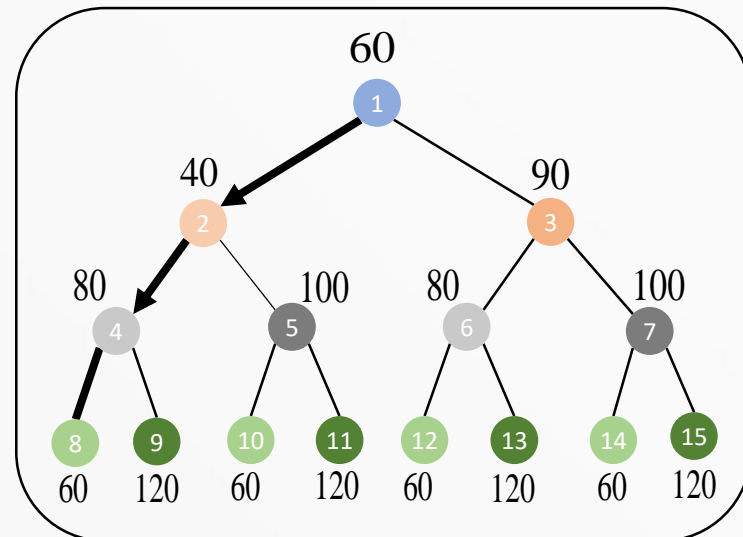
$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}$$

45 Variáveis de Decisão
 30 Restrições de Igualdade



Etapa Forward – Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

- Escolhe-se **um cenário** a ser percorrido do 1º ao 3º estágio
- Obtém-se o despacho ótimo do problema de cada nó considerando as **aproximações disponíveis da FCF**
- O **volume final** obtido é o dado de entrada do **volume inicial** do dia seguinte
- O custo do problema de primeiro estágio é um limite inferior para o custo ótimo do problema completo



1º Forward – Estágios 1 a 3

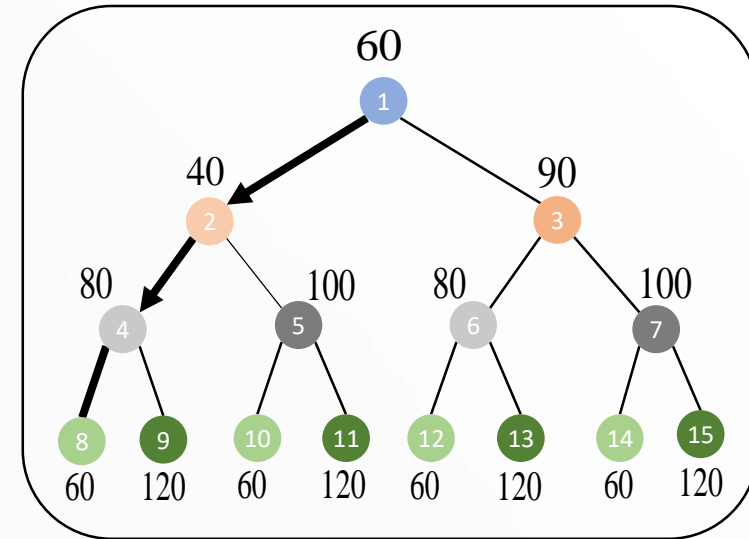
$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

Nó 1

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$



1º Forward – Estágios 1 a 3

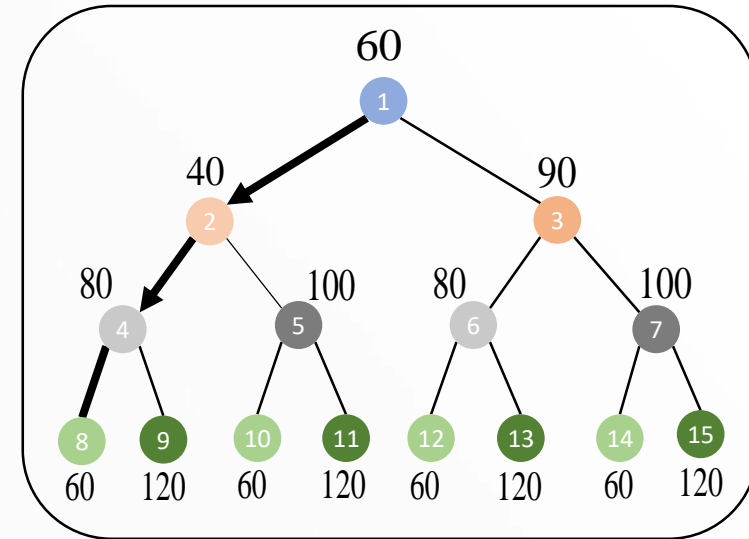
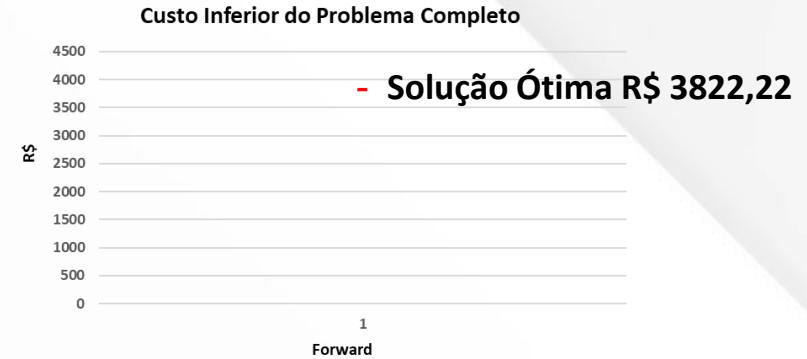
$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Nó 1



1º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$



Solução

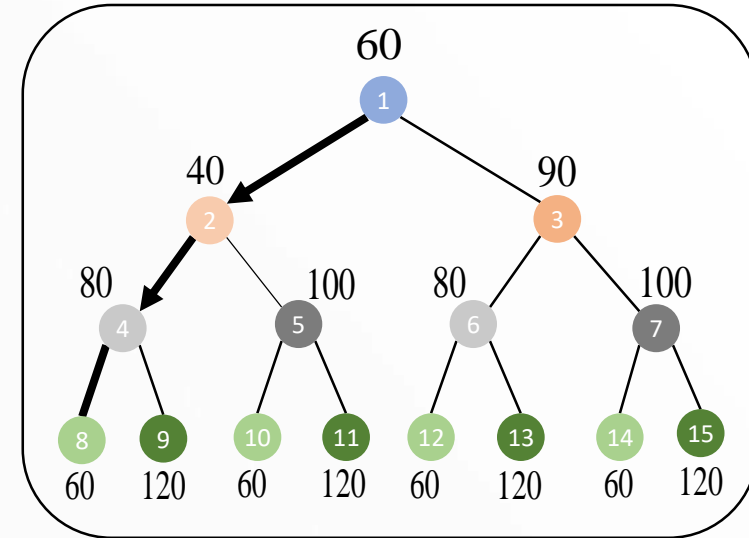
$$gt_{11} = 20$$

$$q_1 = 100$$

$$v_2 = 1,54$$

$$f_1: 480$$

$$CMO_1: 1$$



1º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$



Solução

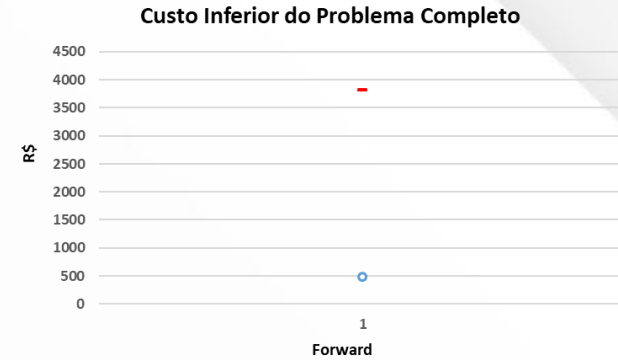
$$gt_{11} = 20$$

$$q_1 = 100$$

$$v_2 = 1,54$$

$$f_1: 480$$

$$\text{CMO}_1: 1$$



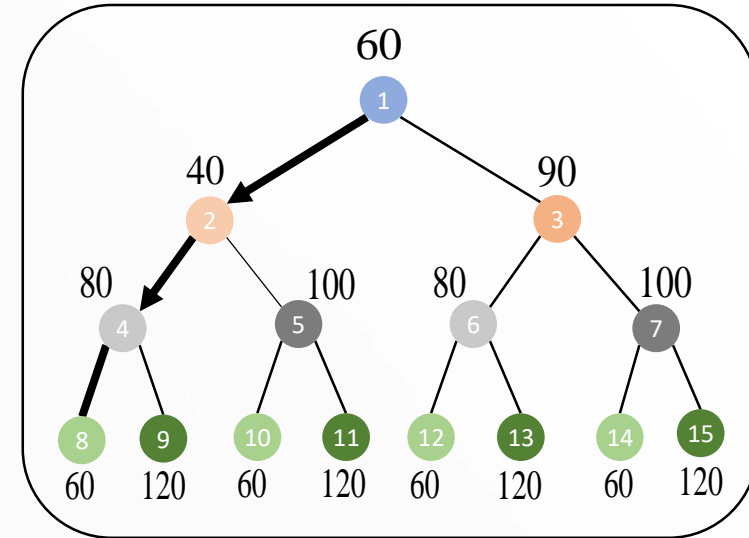
Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 3,46$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$



1º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 20$$

$$q_1 = 100$$

$$v_2 = 1,54$$

$$f_1: 480$$

$$\text{CMO}_1: 1$$



Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 3,46$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Solução

$$gt_{12} = 30$$

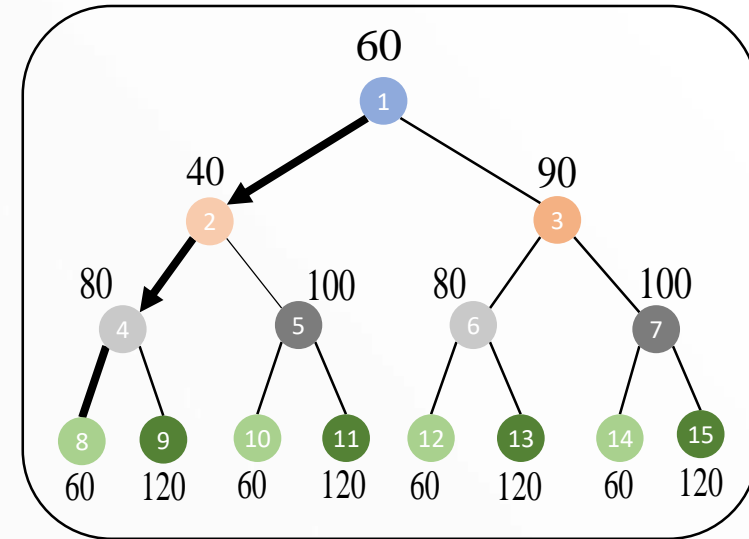
$$gt_{22} = 20$$

$$gt_{32} = 12,13$$

$$q_2 = 57,87$$

$$v_3 = 0$$

$$f_2: 3.135,56$$



1º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

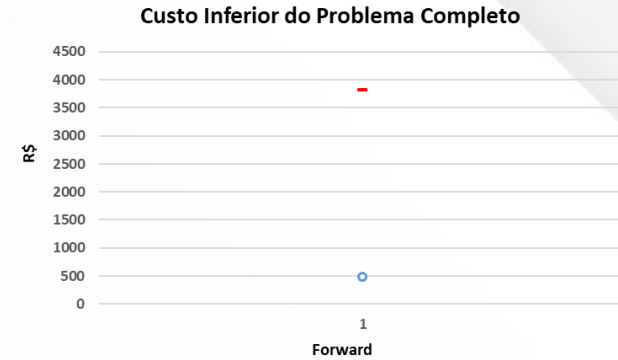
$$gt_{11} = 20$$

$$q_1 = 100$$

$$v_2 = 1,54$$

$$f_1: 480$$

$$\text{CMO}_1: 1$$



Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 3,46$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Solução

$$gt_{12} = 30$$

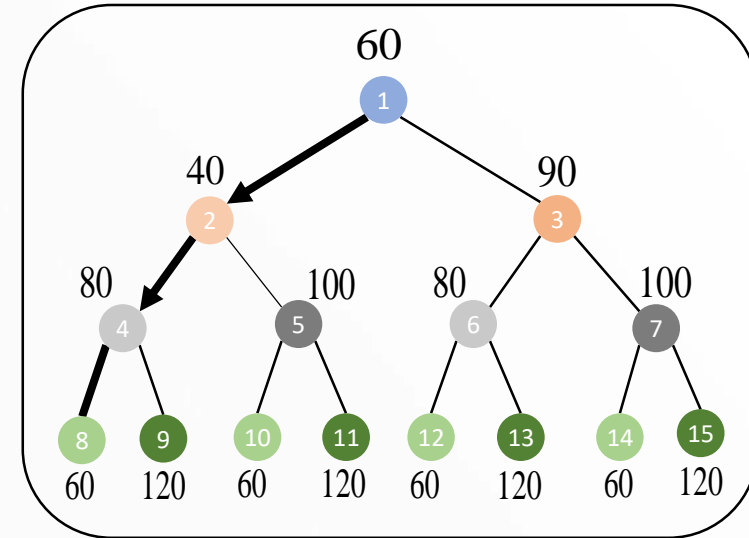
$$gt_{22} = 20$$

$$gt_{32} = 12,13$$

$$q_2 = 57,87$$

$$v_3 = 0$$

$$f_2: 3.135,56$$



Nó 4

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 6,9$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Solução

$$gt_{13} = 30$$

$$gt_{23} = 10$$

$$gt_{33} = 0$$

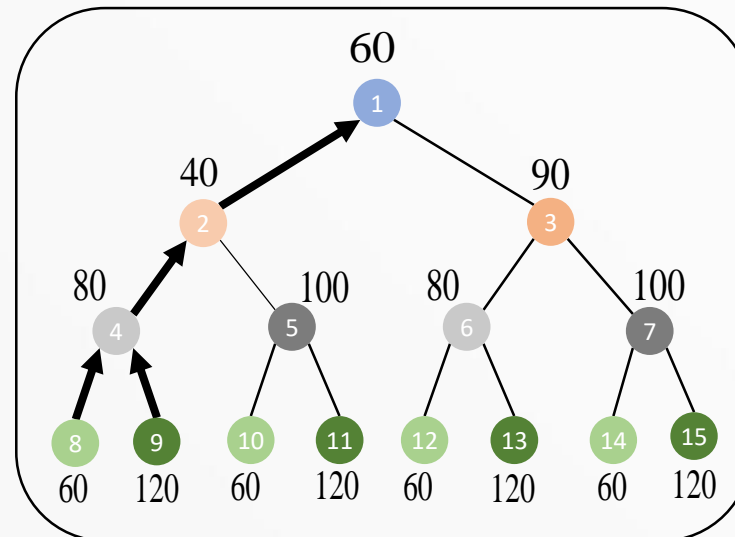
$$v_4 = 0$$

$$q_3 = 80$$

$$f_3: 1.200$$

Etapa Backward – Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

- Os cenários Backwards são percorridos do 4º ao 2º estágio
- O **volume final** obtido no cenário forward anterior é o dado de entrada do **volume inicial**
- Aproximações da FCF (cortes de Benders) são calculadas para os estágios anteriores



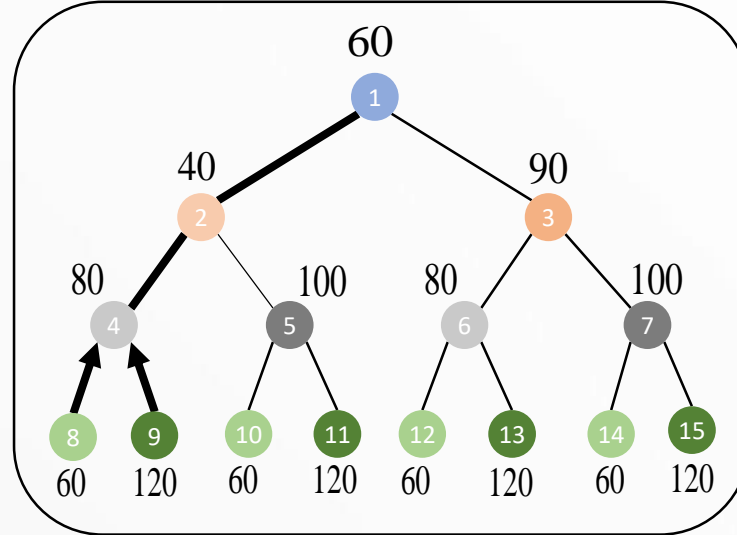
LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



1º Backward – Estágio 4



$$f_4: 2.880, \pi_4 = -1.388,88$$

Nó 8

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 9

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



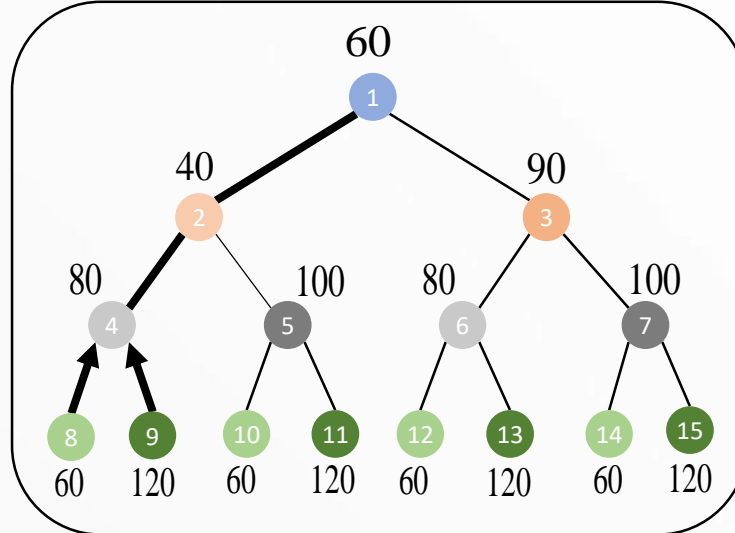
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{2880 + 480}{2} \right) \geq \left(\frac{-1388,88 + 0}{2} \right) (v_4 - 0)$$

$$f_4: 2.880, \pi_4 = -1.388,88$$

Nó 8

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 9

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



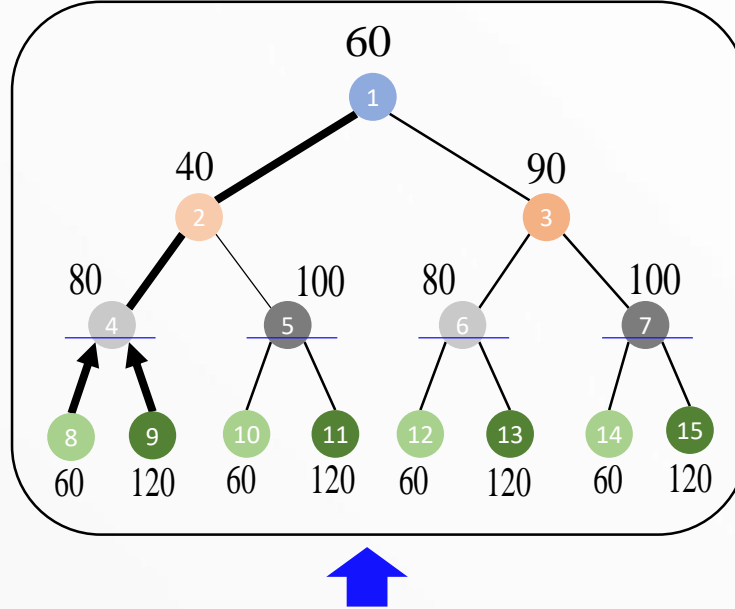
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{2880 + 480}{2} \right) \geq \left(\frac{-1388,88 + 0}{2} \right) (v_4 - 0)$$

$$f_4: 2.880, \pi_4 = -1.388,88$$

Nó 8

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 9

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



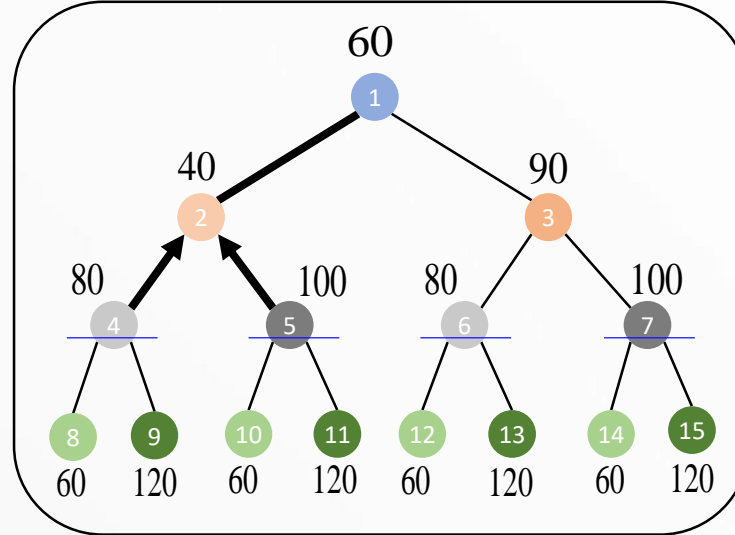
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 3



$$f_3: 2.760,6, \pi_3 = -694,44$$

Nó 4

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

$$f_3: 1.584, \pi_3 = -555,56$$

Nó 5

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



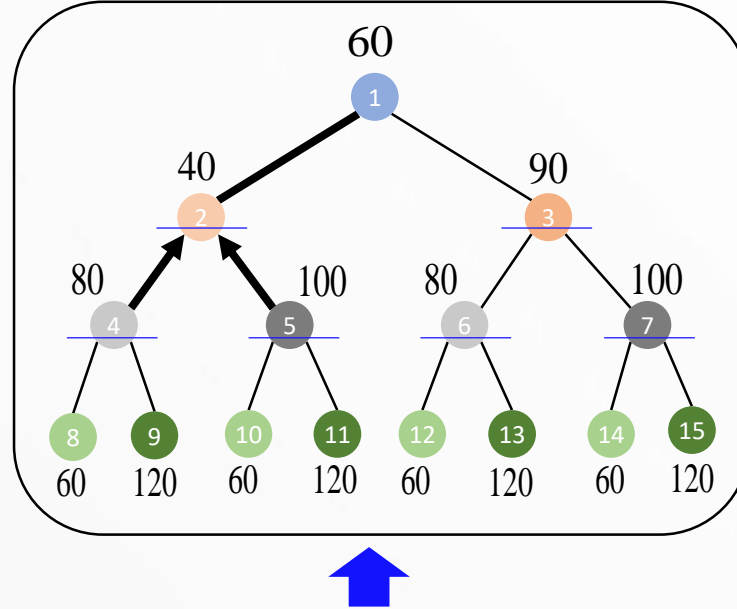
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 3



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 2:

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 - \left(\frac{2760,6 + 1584}{2} \right) \geq \left(\frac{-694,44 - 555,56}{2} \right) (v_3 - 0)$$

$$f_3: 2.760,6, \pi_3 = -694,44$$

$$f_3: 1.584, \pi_3 = -555,56$$

Nó 4

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 5

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



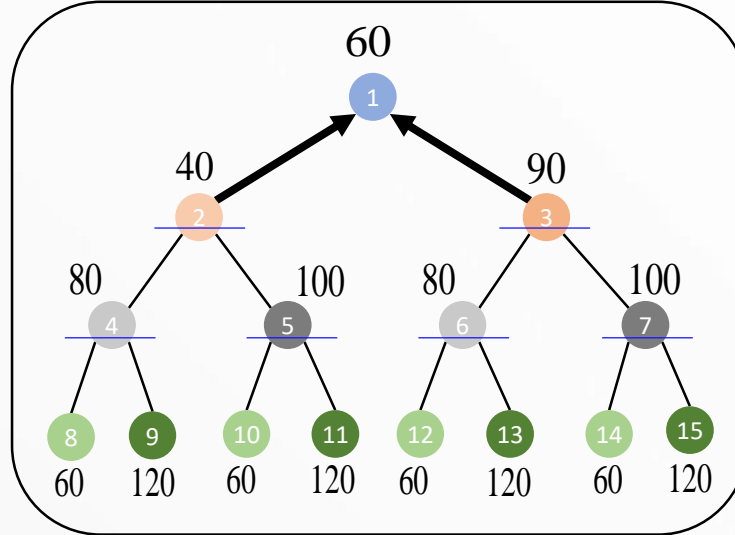
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 2



$$f_2: 5307,56, \pi_2 = -1388,88$$

Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

$$f_2: 1807, \pi_2 = -625$$

Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



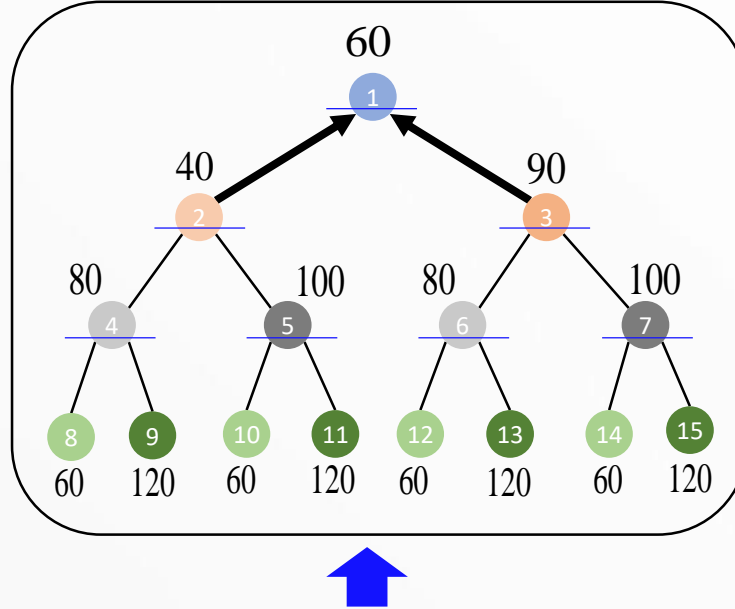
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



1º Backward – Estágio 2



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 1:

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 - \left(\frac{5307,56 + 1807}{2} \right) \geq - \left(\frac{1388,88 + 625}{2} \right) (v_2 - 1,54)$$

$$f_2: 5307,56, \pi_2 = -1388,88$$

$$f_2: 1807, \pi_2 = -625$$

Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 1,54 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



2º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$



Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 20$$

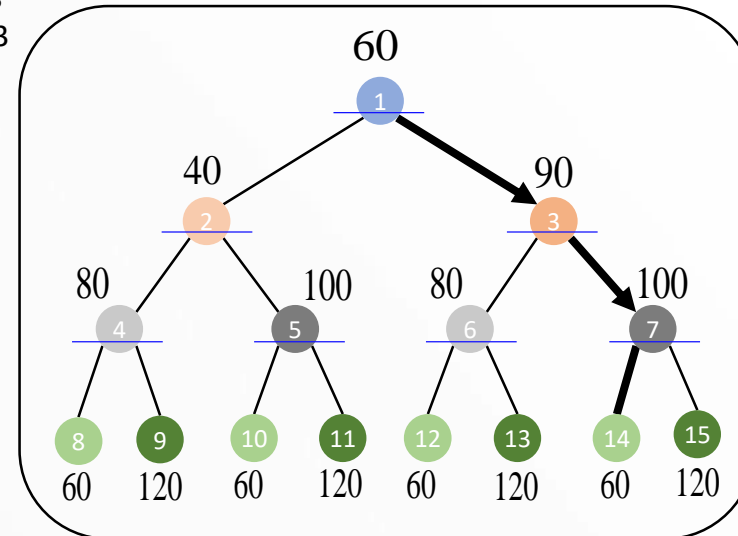
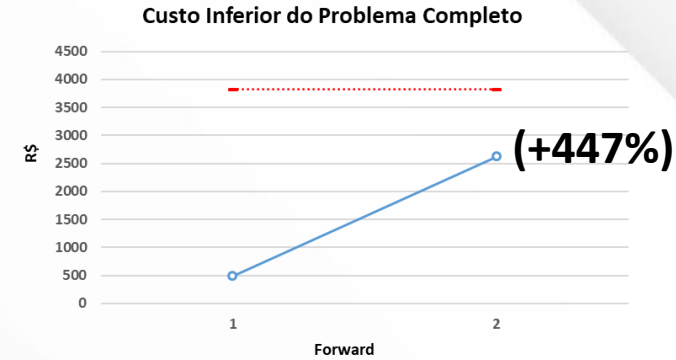
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 70$$

$$V_2 = 4,14$$

$$f_1: 2627,28$$

$$\text{CMO}_1: 3,63$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



2º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 20$$

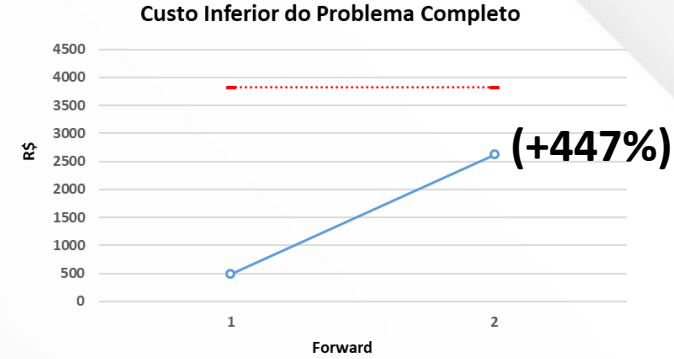
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 70$$

$$V_2 = 4,14$$

$$f_1: 2627,28$$

$$CMO_1: 3,63$$



Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 4,14 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Solução

$$gt_{12} = 22,35$$

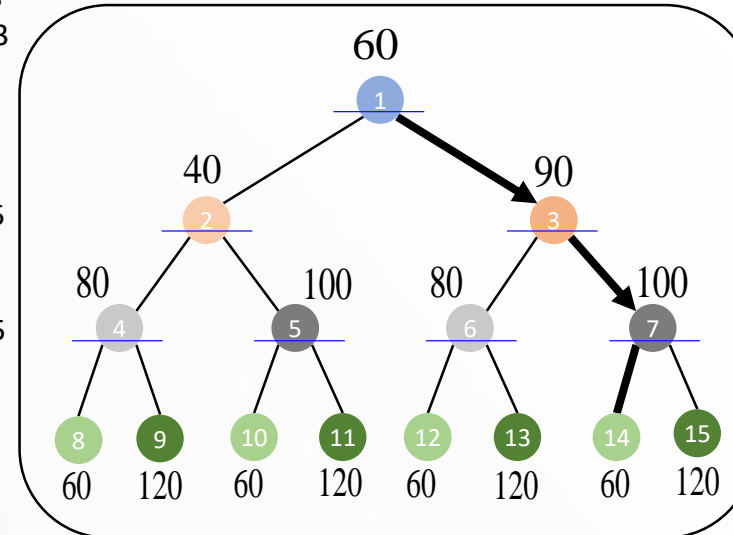
$$gt_{22} = 0$$

$$gt_{32} = 0$$

$$q_2 = 97,65$$

$$v_3 = 3,48$$

$$f_2: 539,44$$

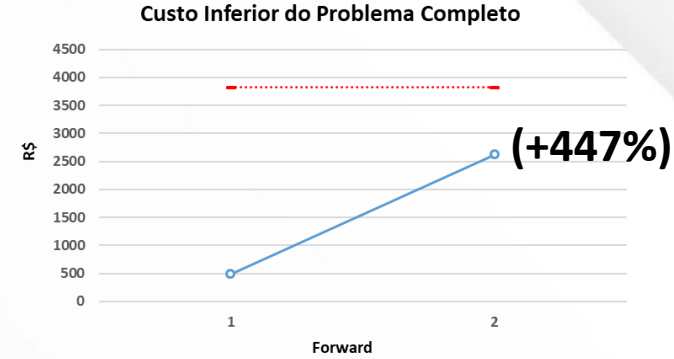


2º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\begin{aligned} \min f_1 &= 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1 \\ \text{s.a: } >gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120 \\ &v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2 \\ &\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112 \\ &v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0 \end{aligned}$$

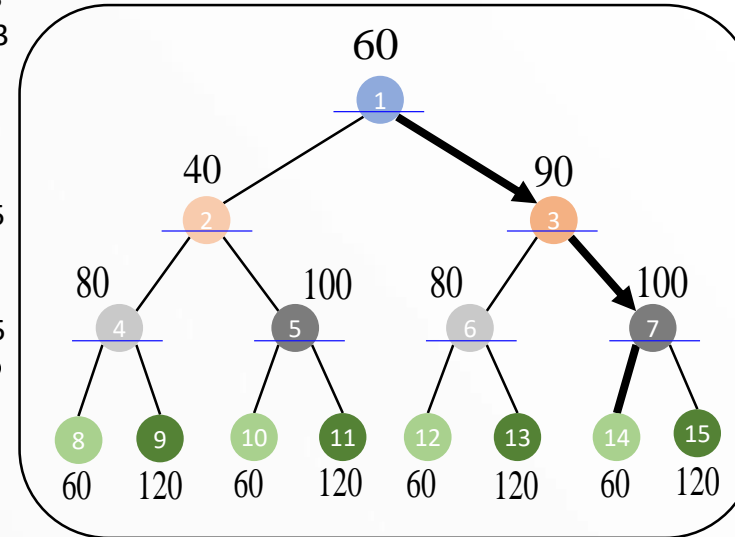
Solução
 $gt_{11} = 30$
 $gt_{21} = 20$
 $gt_{31} = 0$
 $q_1 = 70$
 $v_2 = 4,14$
 $f_1: 2627,28$
 $CMO_1: 3,63$



Nó 3

$$\begin{aligned} \min f_2 &= 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2 \\ \text{s.a: } >gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120 \\ &v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 4,14 + 7,8 \\ &\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172 \\ &v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Solução
 $gt_{12} = 22,35$
 $gt_{22} = 0$
 $gt_{32} = 0$
 $q_2 = 97,65$
 $v_3 = 3,48$
 $f_2: 539,44$



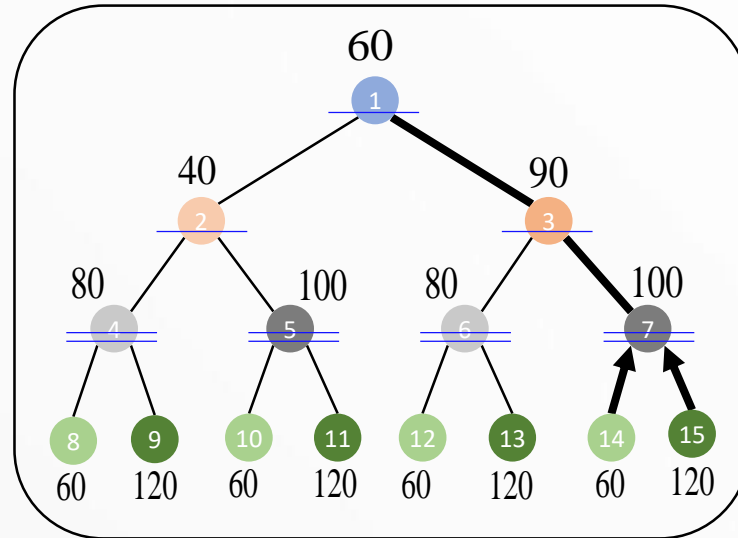
Nó 7

$$\begin{aligned} \min f_3 &= 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3 \\ \text{s.a: } >gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120 \\ &v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 3,48 + 8,6 \\ &\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680 \\ &v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Solução
 $gt_{13} = 20$
 $gt_{23} = 0$
 $gt_{33} = 0$
 $q_3 = 100$
 $v_4 = 2,42$
 $f_3: 480$



2º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{816 + 480}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 0}{2} \right) (v_4 - 2,42)$$

$$f_4: 816, \pi_4 = -555,56$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 14

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 2,42 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

Nó 15

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 2,42 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



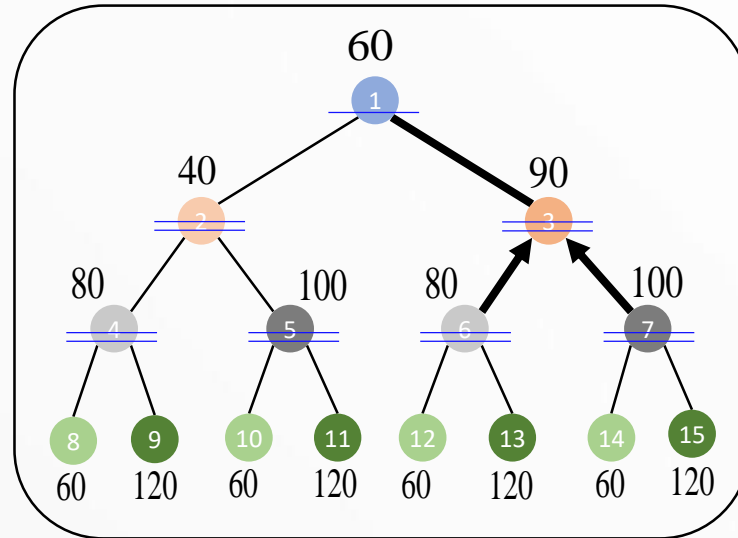
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



2º Backward – Estágio 3



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 2:

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 - \left(\frac{1314,67 + 834,67}{2} \right) \geq - \left(\frac{277,78 + 277,78}{2} \right) (v_3 - 3,48)$$

$$f_3: 1314,67, \pi_3 = -277,78$$

$$f_3: 834,67, \pi_3 = -277,78$$

Nó 6

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 3,48 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 7

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 3,48 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



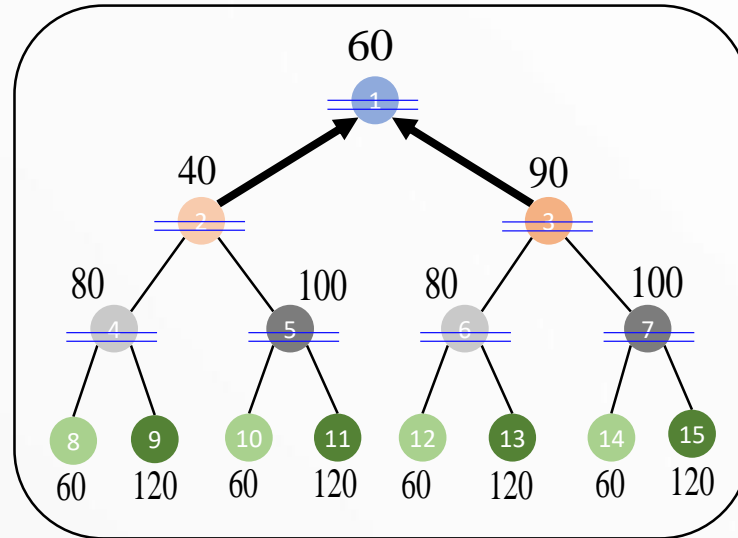
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



2º Backward – Estágio 2



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 1:

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 - \left(\frac{2967,82 + 1611,11}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 277,78}{2} \right) (v_2 - 4,14)$$

$$f_2: 2967,82, \pi_2 = -555,56$$

$$f_2: 1611,11, \pi_2 = -277,78$$

Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 4,14 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 4,14 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



3º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 0$$

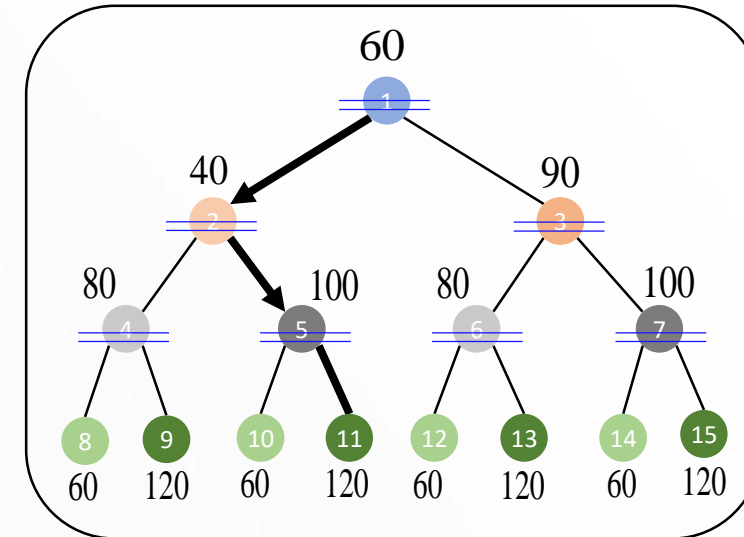
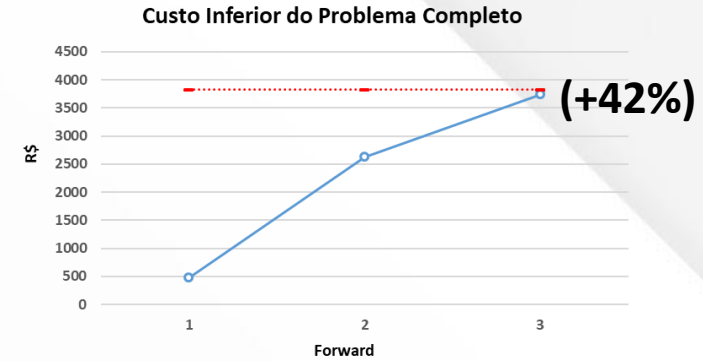
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 90$$

$$v_2 = 2,41$$

$$f_1: 3.729,49$$

$$CMO_1: 2$$



Solução

$$gt_{12} = 30$$

$$gt_{22} = 20$$

$$gt_{32} = 0$$

$$q_2 = 67,87$$

$$v_3 = 0$$

$$f_2: 4.107,56$$

Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,41 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Solução

$$gt_{13} = 30$$

$$gt_{23} = 0$$

$$gt_{33} = 0$$

$$q_3 = 90$$

$$v_4 = 0,086$$

$$f_3: 1800$$

Nó 5

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

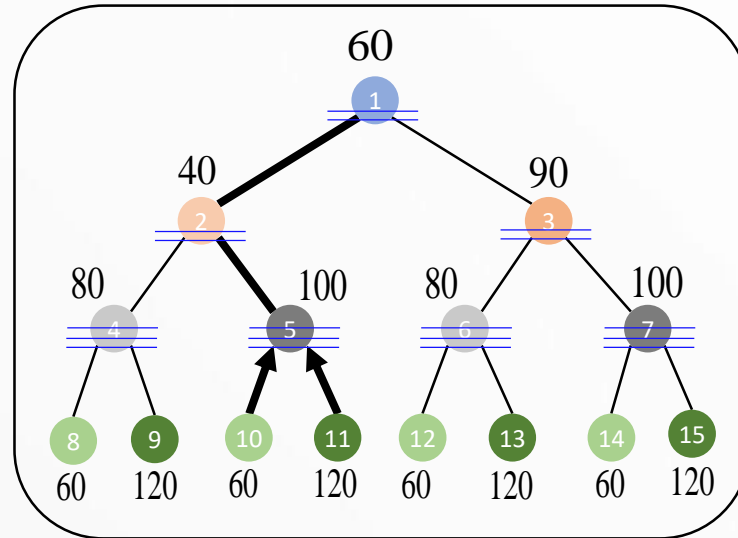
$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

3º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{1680 + 480}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 0}{2} \right) (v_4 - 0,86)$$

$$f_4: 1680, \pi_4 = -555,56$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 10

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0,86 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

Nó 11

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0,86 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



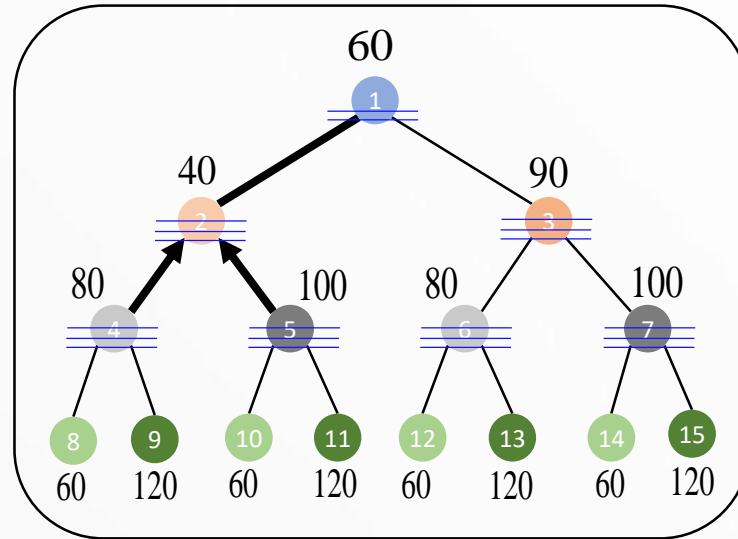
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



3º Backward – Estágio 3



$$\alpha_2 + 555,56v_3 \geq 2280$$

$$\alpha_2 - \left(\frac{2760 + 1780}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 555,56}{2} \right) (v_3 - 0)$$

Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 2:

$$f_3: 2760, \pi_3 = -555,56$$

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 4

$$f_3: 1780, \pi_3 = -555,56$$

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 0 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

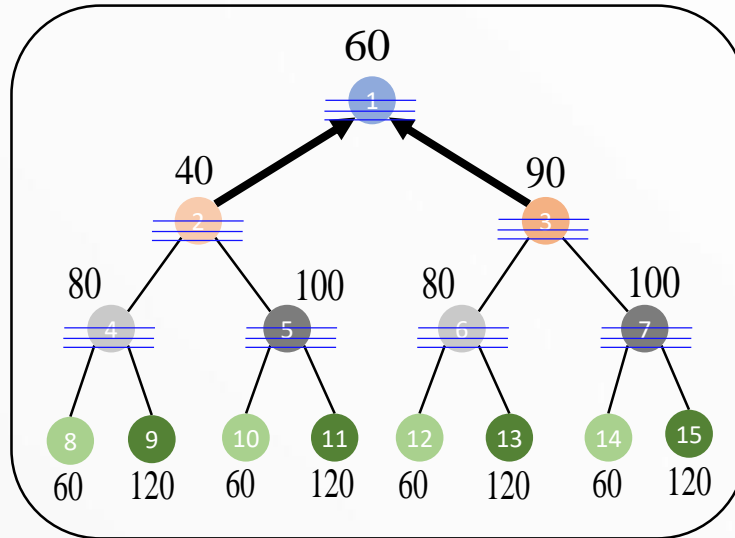
$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 5

3º Backward – Estágio 2



$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 1:

$$\alpha_1 - \left(\frac{4215,56 + 2091,11}{2} \right) \geq - \left(\frac{1388,89 + 277,78}{2} \right) (v_2 - 2,41)$$

$$f_2: 4215,56, \pi_2 = -1388,89$$

$$f_2: 2091,11, \pi_2 = -277,78$$

Nó 2

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,41 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,41 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



4º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 4$$

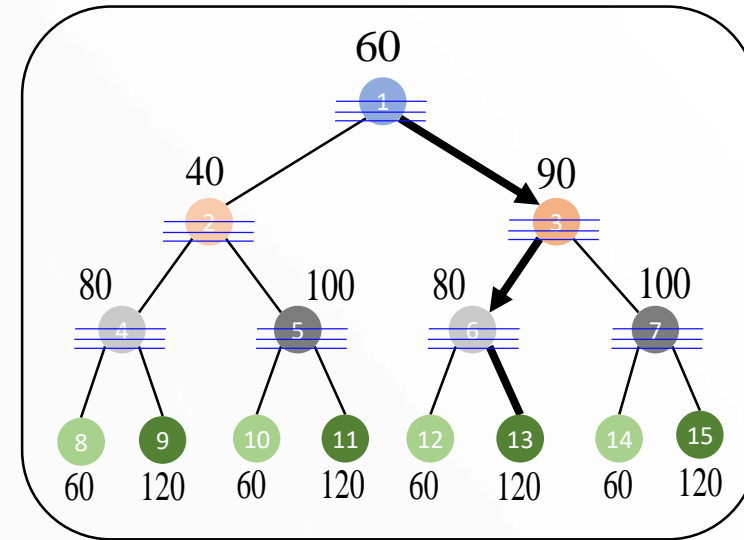
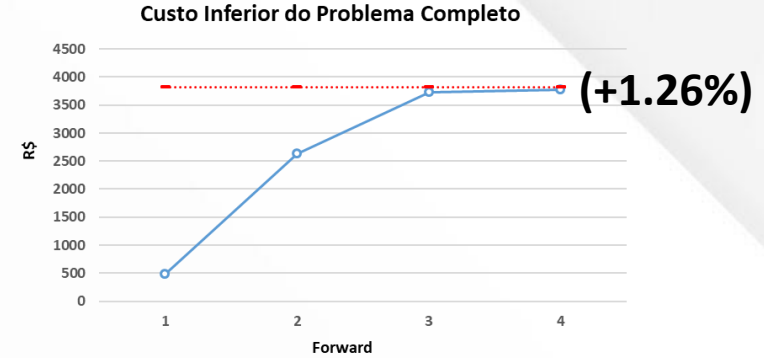
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 86$$

$$v_2 = 2,75$$

$$f_1: 3.777,42$$

$$CMO_1: 2$$



Solução

$$gt_{12} = 20$$

$$gt_{22} = 0$$

$$gt_{32} = 0$$

$$q_2 = 100$$

$$v_3 = 1,89$$

$$f_2: 1.995,2$$

Solução

$$gt_{13} = 28,13$$

$$gt_{23} = 0$$

$$gt_{33} = 0$$

$$q_3 = 91,87$$

$$v_4 = 0,086$$

$$f_3: 1755,2$$

Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,75 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 6

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,89 + 6,9$$

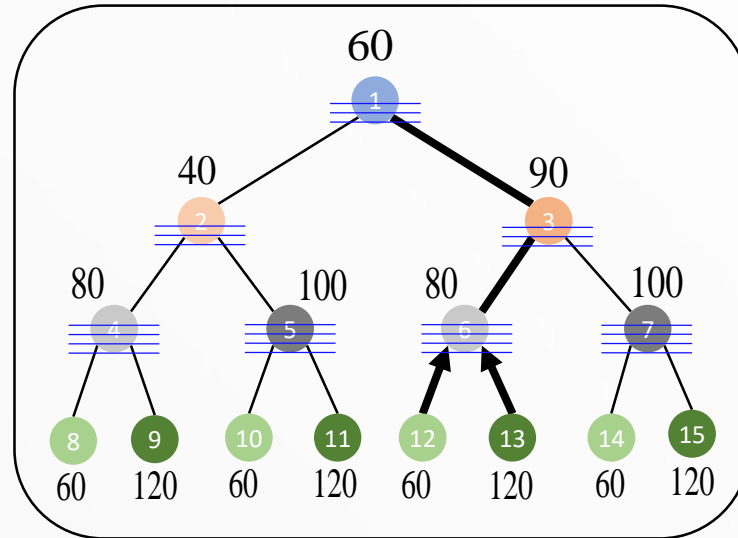
$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

4º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{1680 + 480}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 0}{2} \right) (v_4 - 0,86)$$

$$f_4: 1680, \pi_4 = -555,56$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 12

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0,86 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

Nó 13

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0,86 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



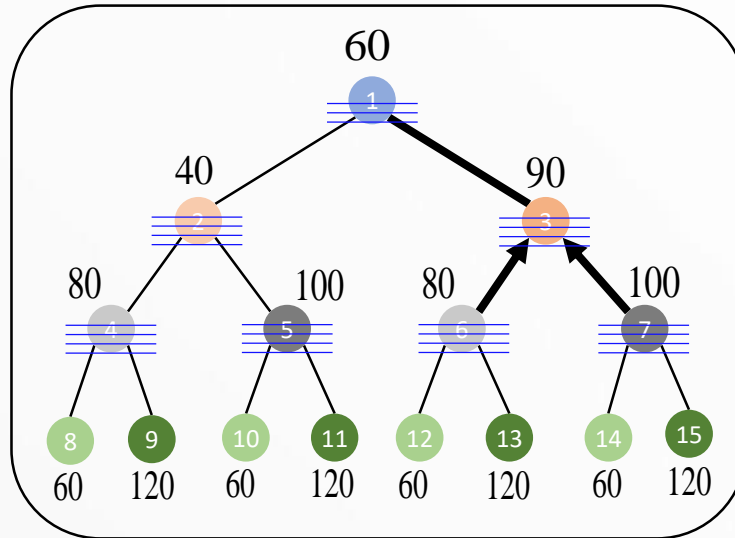
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



4º Backward – Estágio 3



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 2:

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 - \left(\frac{1755,2 + 1275}{2} \right) \geq - \left(\frac{277,78 + 277,78}{2} \right) (v_3 - 1,89)$$

$$f_3: 1.755,2, \pi_3 = -277,78$$

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,89 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 6

$$f_3: 1.275, \pi_3 = -277,78$$

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,89 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

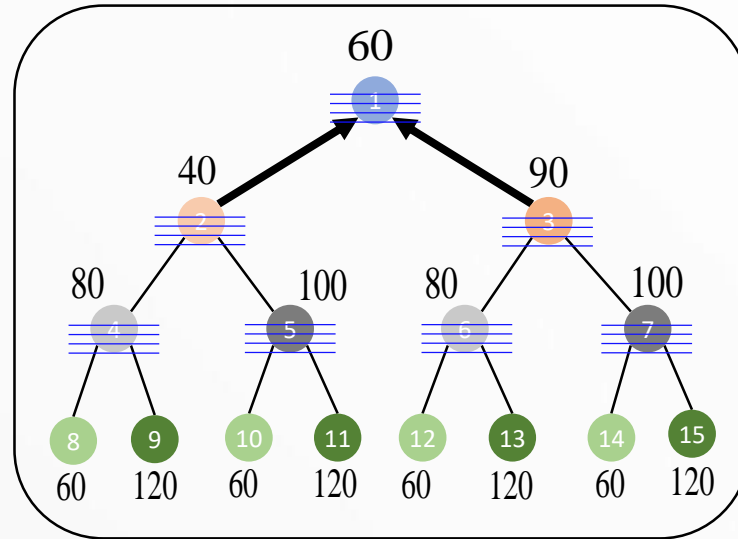
$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 7

4º Backward – Estágio 2



$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 1:

$$\alpha_1 - \left(\frac{3870,4 + 1995,2}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 277,78}{2} \right) (v_2 - 2,75)$$

$$f_2: 3870,4, \pi_2 = -555,56$$

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,75 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 2

$$f_2: 1995,2, \pi_2 = -277,78$$

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,75 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 3

5º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$



Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 2,13$$

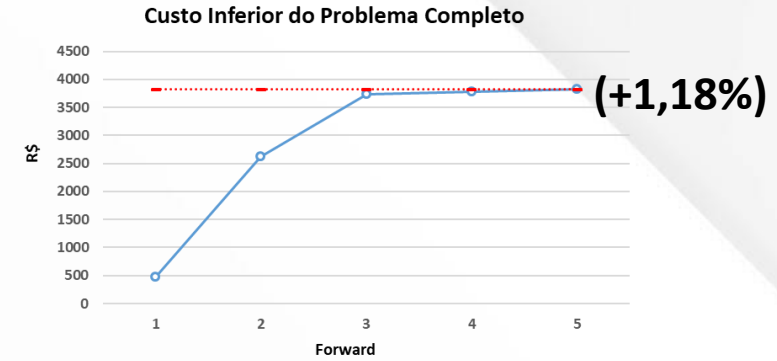
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 87,87$$

$$V_2 = 2,59$$

$$f_1: 3.822,22$$

$$\text{CMO}_1: 2$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



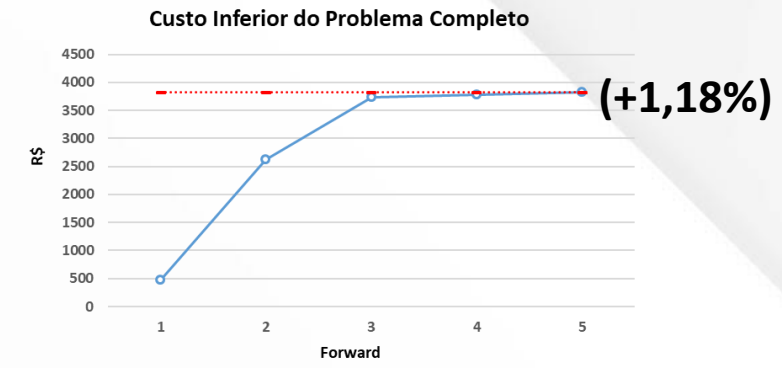
5º Forward – Estágios 1 a 3

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

s.a: $gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$
 $v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$
 $\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$
 $\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$
 $\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$
 $\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$
 $v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$

Solução
 $gt_{11} = 30$
 $gt_{21} = 2,13$
 $gt_{31} = 0$
 $q_1 = 87,87$
 $v_2 = 2,59$
 $f_1: 3.822,22$
 $CMO_1: 2$

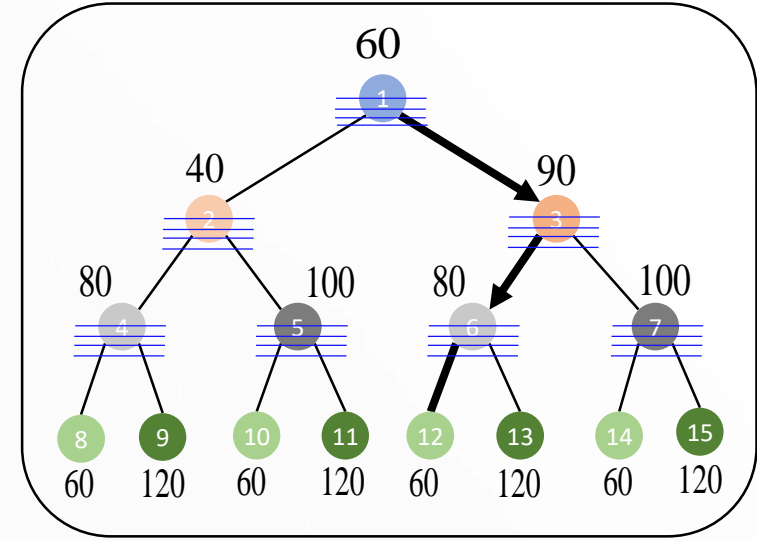


Nó 3

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

s.a: $gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$
 $v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,59 + 7,8$
 $\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$
 $\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$
 $\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$
 $\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$
 $v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$

Solução
 $gt_{12} = 20$
 $gt_{22} = 0$
 $gt_{32} = 0$
 $q_2 = 100$
 $v_3 = 1,73$
 $f_2: 2.040$



Nó 6

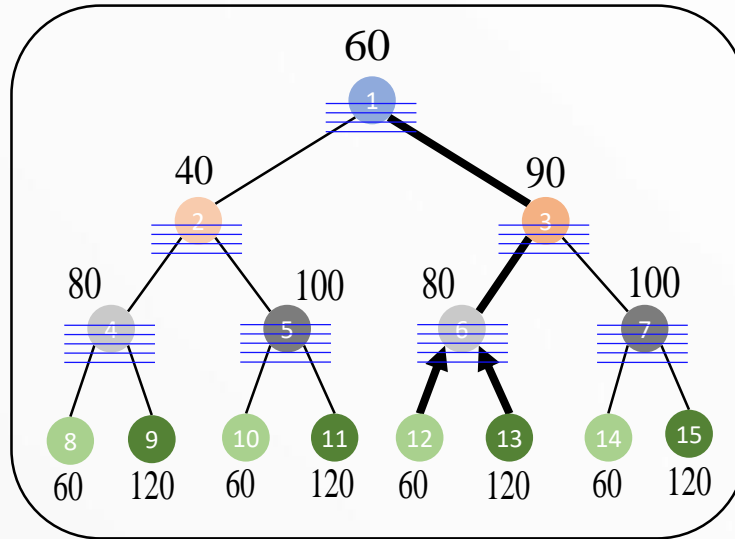
$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

s.a: $gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$
 $v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,73 + 6,9$
 $\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$
 $\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$
 $\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$
 $\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$
 $v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$

Solução
 $gt_{13} = 30$
 $gt_{23} = 0$
 $gt_{33} = 0$
 $q_3 = 90$
 $v_4 = 0,086$
 $f_3: 1800$



5º Backward – Estágio 4



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 3:

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 - \left(\frac{1680 + 480}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 0}{2} \right) (v_4 - 0,86)$$

$$f_4: 1680, \pi_4 = -555,56$$

$$f_4: 480, \pi_4 = 0$$

Nó 12

$$\min f_4^1 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c(q_4 + s_4) = 0,86 + 5,2$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$

Nó 13

$$\min f_4^2 = 24 \cdot (gt_{14} + 2gt_{24} + 5gt_{34})$$

$$\text{s.a: } gt_{14} + gt_{24} + gt_{34} + \rho \cdot q_4 = 120$$

$$v_5 + c \cdot (q_4 + s_4) = 0,86 + 10,4$$

$$v_5 \leq 20, q_4 \leq 100, gt_{14} \leq 30, gt_{24} \leq 20, gt_{34} \leq 100$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



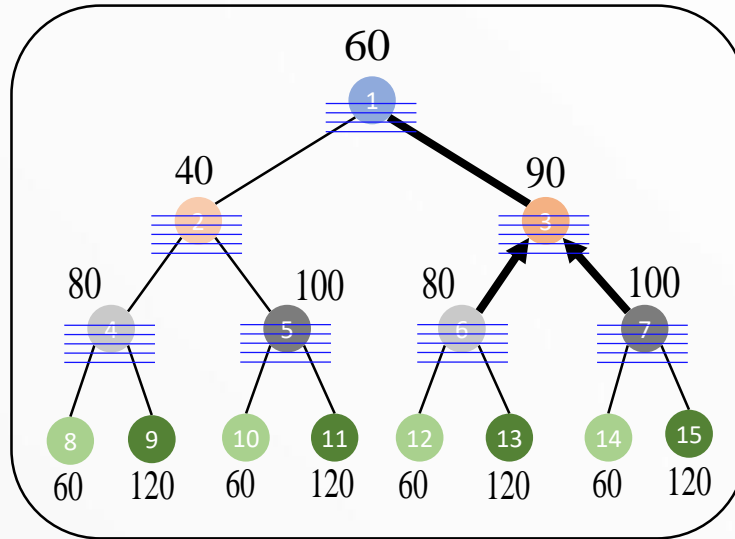
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



5º Backward – Estágio 3



$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 2:

$$\alpha_2 - \left(\frac{1800 + 1320}{2} \right) \geq - \left(\frac{277,78 + 277,78}{2} \right) (v_3 - 1,73)$$

$$f_3: 1800, \pi_3 = -277,78$$

$$f_3: 1320, \pi_3 = -277,78$$

Nó 6

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,73 + 6,9$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$

Nó 7

$$\min f_3 = 24 \cdot (gt_{13} + 2gt_{23} + 5gt_{33}) + \alpha_3$$

$$\text{s.a: } gt_{13} + gt_{23} + gt_{33} + \rho \cdot q_3 = 120$$

$$v_4 + c \cdot (q_3 + s_3) = 1,73 + 8,6$$

$$\alpha_3 + 694,44v_4 \geq 1680$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$\alpha_3 + 277,78v_4 \geq 1320$$

$$v_4 \leq 20, q_3 \leq 100, gt_{13} \leq 30, gt_{23} \leq 20, gt_{33} \leq 100, \alpha_3 \geq 0$$



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



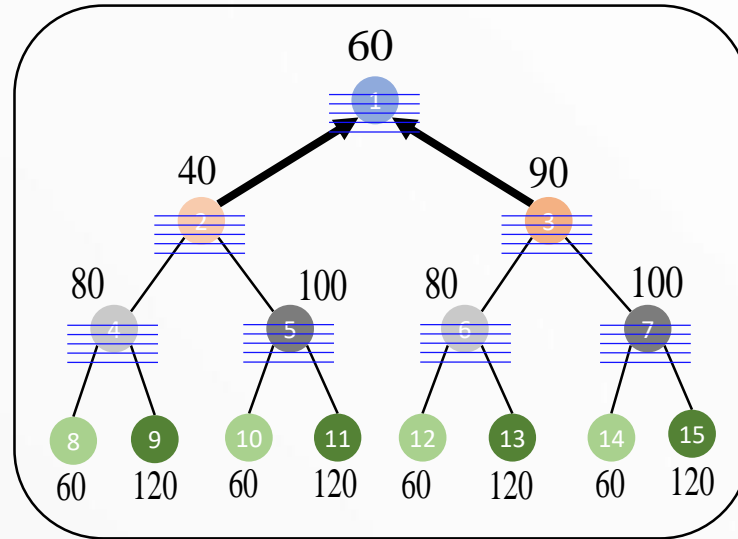
AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



5º Backward – Estágio 2



Aproximação da FCF (corte) a ser adicionada no estágio 1:

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$\alpha_1 - \left(\frac{3960 + 2040}{2} \right) \geq - \left(\frac{555,56 + 277,78}{2} \right) (v_2 - 2,59)$$

$$f_2: 3960, \pi_2 = -555,56$$

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,59 + 3,46$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 2

$$f_2: 2040, \pi_2 = -277,78$$

$$\min f_2 = 24 \cdot (gt_{12} + 2gt_{22} + 5gt_{32}) + \alpha_2$$

$$\text{s.a: } gt_{12} + gt_{22} + gt_{32} + \rho \cdot q_2 = 120$$

$$v_3 + c \cdot (q_2 + s_2) = 2,59 + 7,8$$

$$\alpha_2 + 625v_3 \geq 2172$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 55,56v_3 \geq 2280$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$\alpha_2 + 277,78v_3 \geq 2040$$

$$v_3 \leq 20, q_2 \leq 100, gt_{12} \leq 30, gt_{22} \leq 20, gt_{32} \leq 100, \alpha_2 \geq 0$$

Nó 3

6º Forward – Estágios 1

Nó 1

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 2,13$$

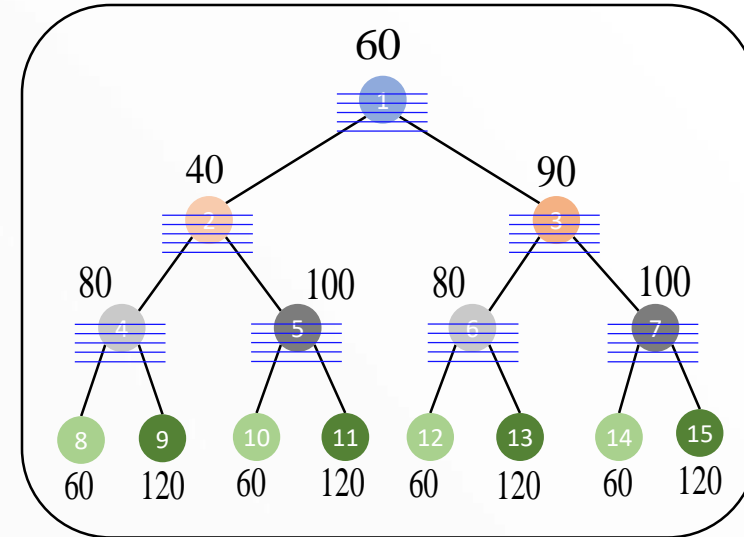
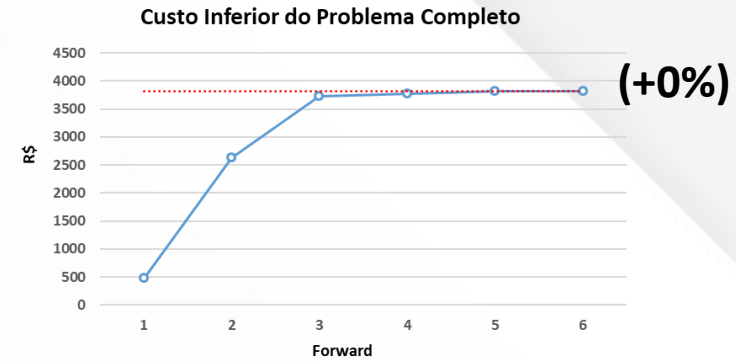
$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 87,87$$

$$V_2 = 2,59$$

$$f_1: 3.822,22$$

$$CMO_1: 2$$



Critério de Convergência

- Convergiu?



Critério de Convergência

- Convergiu?
 - Tecnicamente não, nenhum critério de convergência foi estabelecido



Critério de Convergência

- Convergiu?
 - Tecnicamente não, nenhum critério de convergência foi estabelecido
- Dentre os critérios viáveis, um critério baseado na estabilização do custo inferior entre forwards pode ser escolhido..



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica

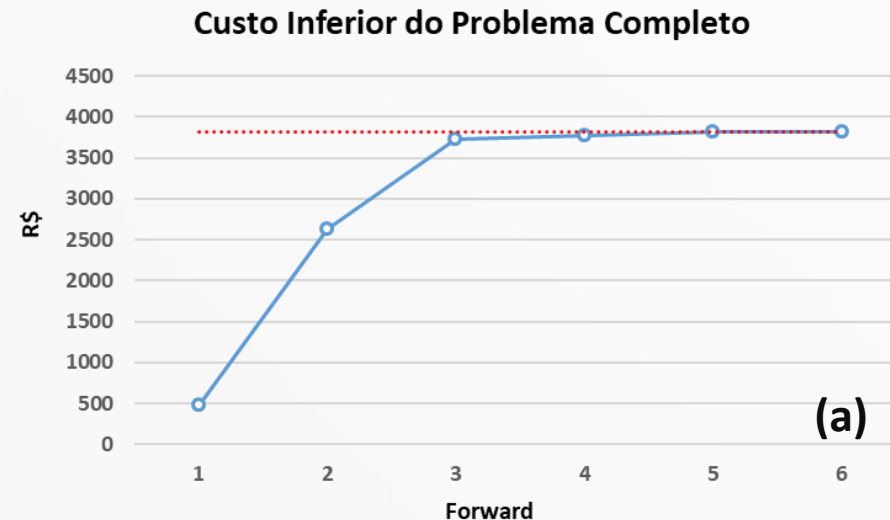


Critério de Convergência

- Convergiu?
 - Tecnicamente não, nenhum critério de convergência foi estabelecido
- Dentre os critérios viáveis, um critério baseado na estabilização do custo inferior entre forwards pode ser escolhido..

Percentual de acréscimo do custo inferior menor ou igual a:

a) 0%



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



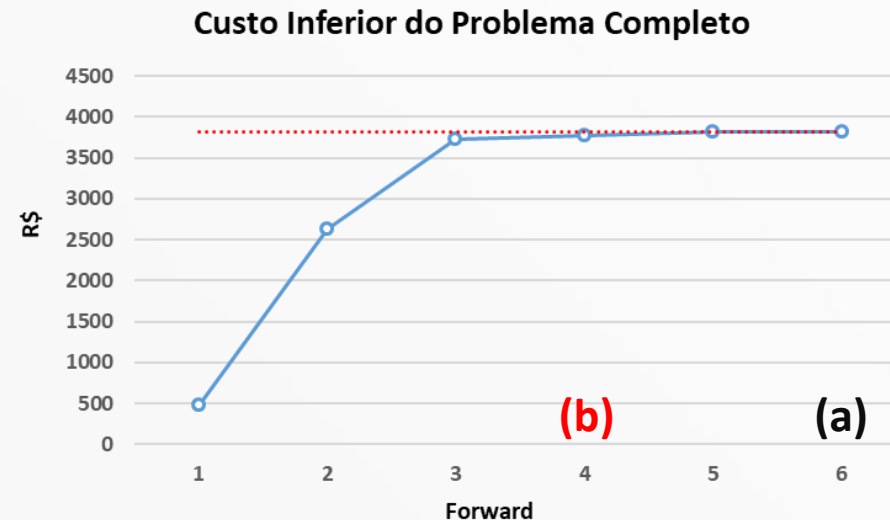
Critério de Convergência

- Convergiu?
 - Tecnicamente não, nenhum critério de convergência foi estabelecido
- Dentre os critérios viáveis, um critério baseado na estabilização do custo inferior entre forwards pode ser escolhido..

Percentual de acréscimo do custo inferior menor ou igual a:

a) 0%

b) 2%



LabPlan
Laboratório de Planejamento
Sistemas de Energia Elétrica



AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA



USINA HIDRELÉTRICA BELO MONTE



Critério de Convergência

- Soluções obtidas

a) 0%

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4080$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 2,13$$

$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 87,87$$

$$V_2 = 2,59$$

$$f_1: 3.822,22$$

$$\text{CMO}_1: 2$$

b) 2%

$$\min f_1 = 24 \cdot (gt_{11} + 2gt_{21} + 5gt_{31}) + \alpha_1$$

$$\text{s.a: } gt_{11} + gt_{21} + gt_{31} + \rho \cdot q_1 = 120$$

$$v_2 + c \cdot (q_1 + s_1) = 5 + 5,2$$

$$\alpha_1 + 1006,94v_2 \geq 5112$$

$$\alpha_1 + 416,67v_2 \geq 4012,8$$

$$\alpha_1 + 833,33v_2 \geq 5160$$

$$v_2 \leq 20, q_1 \leq 100, gt_{11} \leq 30, gt_{21} \leq 20, gt_{31} \leq 100, \alpha_1 \geq 0$$

Solução

$$gt_{11} = 30$$

$$gt_{21} = 4$$

$$gt_{31} = 0$$

$$q_1 = 86$$

$$V_2 = 2,75$$

$$f_1: 3.777,42$$

$$\text{CMO}_1: 2$$



Obrigado!

Paulo Vitor Larroyd

Paulo.Larroyd@norus.com.br